Chapitre n°2 : Ondes

1. LE MOUVEMENT ONDULATOIRE

1.1 Introduction

Pour appréhender notre environnement, le concept d'onde est incontournable.
Parmi la diversité des phénomènes ondulatoires, seuls 2 types d'ondes ont été sélectionnés par la nature pour aider l'homme à observer son environnement et à communiquer avec ses semblables. Les images que nous percevons de notre environnement utilisent les ondes « optiques », alors que ce sont les ondes « acoustiques » qui sont à la base de la communication orale entre individus.

Comment concilier les couleurs et les sons musicaux et peut-on le faire ? Ces ondes, de longueurs d'onde bien différentes, présentent des similarités (diffraction, interférences, effet Doppler,…) et des particularités (vitesse de propagation) qui expliquent leur choix pour des tâches bien différentes.

D'autre part, les applications sont nombreuses. Les ondes électromagnétiques permettent notamment de réchauffer les aliments (micro-ondes), d'écouter des CD (diode laser), de communiquer à grande distance (radio, TV, Internet), de poser un diagnostic médical (radiographie, IRMf) et de traiter des cancers (radio-oncologie), de déceler les substances formant les étoiles et les galaxies, d'appréhender les chauffards (radar)... Les ondes acoustiques, quant à elles, trouvent également des applications dans les investigations médicales (ultrasons, échographie,…), dans la localisation d'objets sous-marins (sonars), dans la détection de tremblements de terre (sismographes)…

Historiquement, ce n'est qu'au XVIIème siècle qu'on se rendit compte que la hauteur du son émis par une corde est directement déterminée par sa fréquence d'oscillation. René Descartes (1596-1650) et surtout Galilée (1564-1642) furent les premiers à associer la hauteur du son à la fréquence d'oscillation (fréquence avec laquelle l'air vient frapper le tympan). Ils relièrent cette fréquence à celle de la corde.

1.2 Définition

Une onde est une perturbation se propageant de proche en proche dans l'espace.

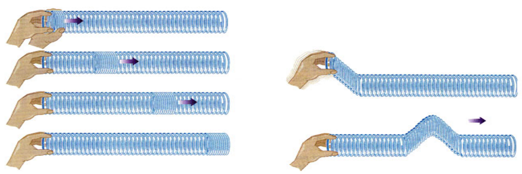
Lors d'un passage d'une onde en un point, le milieu subit la perturbation. La perturbation du milieu en un point peut être une oscillation harmonique simple. Dans le cas des ondes mécaniques, la perturbation est produite par une oscillation de la matière.

On peut imaginer une série d'exemples de milieux affectés par une perturbation ondulatoire :
- la colonne d'air d'un tuyau d'orgue
- une corde tendue entre 2 points et que l'on déplace latéralement pour la relâcher ensuite
- la surface d'un lac agitée par le vent
- le vide où se propage une perturbation électromagnétique

Pour classifier des phénomènes ondulatoires, on peut mettre l'accent sur la nature du milieu et de la perturbation qui s'y propage. On est alors conduit à distinguer entre 2 grandes catégories :
- *l'acoustique* traite des déformations élastiques qui se propagent dans la matière
- *l'optique* étudie le déplacement des perturbations électromagnétiques dans le vide ou dans les milieux transparents.

1.3 Types d'ondes

La physique moderne a mis en évidence un grand nombre de phénomènes ondulatoires qui n'appartiennent directement ni à l'acoustique, ni à l'optique. On peut citer notamment :
- le caractère ondulatoire que la physique quantique attribue aux particules atomiques ou subatomiques
- les ondes gravitationnelles qui se propagent dans le vide ; la perturbation, au lieu d'être électromagnétique, est de nature gravifique.
- Les ondes thermiques dont l'hélium superfluide peut être le siège (effet fontaine); c'est une variation locale de la température qui constitue la perturbation.



Si la main (c.f schéma ci-dessus) oscille continuellement selon un mouvement harmonique simple (MHS), elle génère des ondes sinusoïdales progressives.
Si le mouvement d'une onde peut se décrire à l'aide d'une seule coordonnée spatiale, les caractéristiques cinématiques de l'onde sont :
- la direction et le sens de propagation de la perturbation, qui permettent de définir la coordonnée spatiale
- la direction de la perturbation

Quand la direction de la perturbation coïncide avec la direction de propagation, on dit que l'onde est **longitudinale** (ondes sonores,...). On peut représenter graphiquement une onde longitudinale en traçant la densité des molécules d'air en fonction de la position (cas (b) sur la figure).
Dans les autres cas (cas (a) sur la figure), on parle d'ondes **transversales** (corde vibrante,…).

Une onde est d'autre part caractérisée par sa longueur d'onde λ, sa fréquence υ et sa vitesse v. La vitesse de l'onde v est la vitesse à laquelle les crêtes semblent se déplacer. On appelle souvent cette vitesse *la vitesse de phase* et il nous faut distinguer cette vitesse et celle d'une particule quelconque du milieu lui-même. Par exemple, dans le cas d'une onde voyageant le long d'une corde, la vitesse de l'onde est parallèle à la corde, tandis que la vitesse d'un point quelconque de la corde est perpendiculaire à cette dernière.
Une crête parcourt une distance d'une longueur d'onde λ dans une période T. La vitesse v de l'onde est donc égale à λ/T, ou à :

$$v = \lambda\upsilon \qquad (1)$$

La vitesse d'une onde dépend des propriétés du milieu dans lequel elle voyage.

Cas de l'onde transversale

La vitesse, par exemple, sur une corde tendue dépend de la tension F_t dans la corde et de la masse par unité de longueur (masse linéique) μ de la corde. Pour de faible amplitude, la relation est :

$$v = \sqrt{\frac{F_t}{\mu}} \qquad (2)$$

Lorsqu'on déplace l'extrémité d'une corde tendue, la déformation que l'on crée ne demeure pas à l'extrémité de la corde : elle se propage d'un segment de corde à l'autre, ce qui génère un onde qui se déplace sur la corde. En raison de la tension dans la corde, chaque segment de corde revient à sa position normale en transférant la déformation à son voisin. Plus la tension est élevée, plus les segments reviennent rapidement à leur position normale et plus l'onde se déplace vite. Sans aucune tension, si l'on déplace l'extrémité de la corde, on peut créer n'importe quelle déformation, elle demeurera telle qu'on l'a créée, sans se propager le long de la corde : selon la formule, si la tension est nulle, la vitesse de propagation est nulle.

Comparons 2 cordes de même tension, mais de masse linéiques différentes : les segments de la corde qui possède la masse linéique la plus élevée ont une plus grande inertie et prennent plus de temps à revenir à leur position normale. Par conséquent, les ondes se déplacent plus lentement sur la corde dont la masse linéique est la plus grande.
D'après l'équation ci-dessus, la vitesse à laquelle une onde se déplace sur une corde ne dépend pas de la façon dont on agite son extrémité : qu'on l'agite rapidement ou lentement, avec une grande ou une petite amplitude, la vitesse à laquelle l'onde se déplace reste la même tant que l'on maintient la même tension dans la corde.

Développement :

Exemple :
La masse de la corde de Mi d'un violon est de 0,123 g pour une longueur de 32,5 cm et elle est tendue avec une force de 70 N. La masse linéique valant alors $\mu = 0{,}38 \cdot 10^{-3}$ kg/m, la vitesse de propagation de l'onde transversale vaut :

………………………………………………………………………………………

Cas de l'onde longitudinale

Soit une onde longitudinale se propageant notamment dans une tige **solide**, sa vitesse s'exprime par la relation suivante :

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (3)$$

où *E = rigidité ou module d'élasticité longitudinale (module de Young)*
ρ = masse volumique

Exemple :
La vitesse de propagation d'une onde de compression dans le granite pour lequel E = 60'000 MPa et ρ = 2600 kg/m^3 est de $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ = 4803 m/s (17'293 km/h).

Si l'on considère une onde longitudinale se propageant notamment dans un **liquide ou un gaz** :

$$v = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{1{,}4RT}{M}} \qquad (4)$$

où *κ = module de compressibilité volumique*
ρ = masse volumique
M = masse molaire du gaz [kg/mol]
R = constante des gaz parfait = 8,31 [J/K · mol]
γ = coefficient adiabatique = quantité caractéristique de chaque gaz voisine de 1,4 pour l'air considéré comme un gaz parfait (rapport de chaleurs spécifiques)

Comme la pression exprime la « rigidité» du gaz et que la masse volumique exprime sa densité, l'équation a la même forme que celle qui permet de calculer la vitesse d'une onde sur une corde tendue :

$$v \propto \sqrt{\frac{\text{paramètre exprimant la rigidité du milieu}}{\text{paramètre exprimant la densité du milieu}}}$$

Exemple :

Pour l'air à 0°C, la vitesse vaut :

…………………………………………………………………………………………

En Antarctique, lorsque la température de l'air descend à – 89°C, le son se déplace à 271 m/s ; dans le désert du Sahara, lorsque la température de l'air monte à 58°C, le son se déplace à 364 m/s.

Développement :

Exemple n°1 :
Une corde de 3m de longueur a une masse linéique de 2 g/cm et est tendue à l'aide du poids d'un bloc de 5 kg.
Déterminez le module de la vitesse d'une onde qui se déplace sur cette corde.

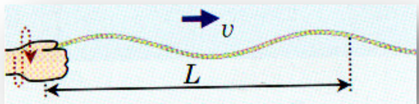
……………………………………………………………………………………………

Exemple n°2
Lors du passage de l'onde sonore créée par un diapason, une molécule d'air oscille avec une période de 2,273 ms
Déterminez la longueur d'onde et la fréquence du son.

……………………………………………………………………………………………

1.4 Energie transmise par les ondes

Onde sinusoïdale progressive sur une corde



Les ondes transmettent de l'énergie d'un lieu à un autre. Lorsqu'une onde voyage dans un milieu par exemple une corde, l'énergie est transmise, sous forme de vibrations, d'une particule à l'autre de la corde.
Pour générer une onde progressive dans une corde, il faut continuellement fournir de l'énergie en agitant par exemple notre main. En divisant l'énergie fournie par la main pendant un certain intervalle de temps par l'intervalle de temps en question, on obtient la puissance fournie par la main. Nous allons montrer que cette puissance est donnée par l'équation :

$$\overline{P} = \frac{1}{2}\mu v A^2\omega^2 \qquad (5a)$$

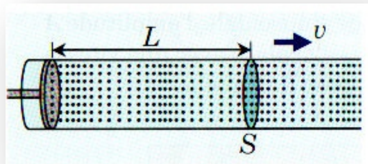
où

$\overline{P}$ = moyenne de la puissance fournie par la main sur un cycle complet d'oscillation
μ = masse linéique de la corde
A = amplitude de l'onde
ω = fréquence angulaire de l'onde
v = vitesse de propagation de l'onde sur la corde

Développement :
Déterminons tout d'abord **l'énergie moyenne totale** pénétrant dans une région où il n'existe au préalable pas de mouvement ondulatoire pendant un temps t ; il nous faut préciser que pendant un cycle d'oscillation, la main ne fournit pas d'énergie à un taux constant : le travail qu'elle effectue est maximale chaque fois qu'elle passe par sa position centrale (sa vitesse est dans ce cas maximale) et il est momentanément nul à chaque extrémité de l'oscillation (car sa vitesse est momentanément nulle).
Considérons le segment de corde de longueur L.
La masse de ce segment vaut : $m = \mu L$
Les particules de la corde, lorsqu'une telle onde passe, effectuent des mouvements harmoniques simples, de sorte que chaque particule a une énergie (mécanique) :

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Onde sonore sinusoïdale progressive dans un tuyau



La puissance d'une telle onde est donnée par :

$$\overline{P} = \frac{1}{2}\rho S v A^2\omega^2 \qquad \text{et}$$
$$\overline{I} = \frac{1}{2}\rho v A^2\omega^2 \qquad (5b)$$

où

S = section du tuyau
$\overline{I}$ = moyenne de l'intensité fournie par la main
ρ = masse volumique

Exemple n°1 :
Une onde de 440 Hz, se propageant à 342 m/s dans l'air avec une amplitude de 0,01 mm donne lieu à une intensité de :

……………………………………………………………………………………………

Exemple n°2 :
Au seuil d'audition, l'intensité sonore I est de 10^{-12} W/m^2 ce qui donne une amplitude de déplacement de A = 2,4 $\cdot 10^{-11}$ m, inférieure au diamètre d'un atome !

Exemple n°3 : onde sphérique
Les ondes qui, à partir d'une source, voyagent dans toutes les directions sont dites à 3 dimensions (le son voyageant dans l'air, les ondes sismiques et les ondes lumineuses). Quand le milieu est isotrope c'est-à-dire identique dans toutes les directions, alors l'onde prend une forme sphérique. Au fur et à mesure que l'onde se propage, elle s'étend sur une surface de plus en plus grande puisque la surface de rayon r vaut $4\pi r^2$. La conservation de l'énergie, et donc de la puissance, implique que l'intensité de l'onde décroît avec le carré de la distance r à la source :

$$I = \frac{\textit{Puissance de la source}}{4\pi r^2}$$

Ex :
Pour que l'intensité I de l'onde soit de 1 W/m^2 (seuil de la douleur) à 50 cm, la puissance sonore du haut-parleur doit valoir :

…………………………………………………………………………………………

Il en va autrement pour une onde à une dimension, telle une onde transversale sur une corde ou une impulsion longitudinale parcourant une tige métallique uniforme. L'aire S demeure constante si bien que l'amplitude A le demeure aussi. L'intensité de même que l'amplitude ne diminue pas avec la distance.

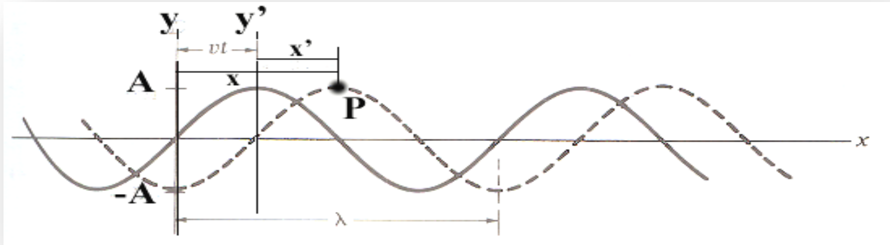
1.5 Représentation mathématique d'une onde progressive

Considérons maintenant une onde à une dimension se propageant le long de l'axe des x.
Supposons qu'à t = 0s, la forme de l'onde soit donnée par la *fonction d'onde* y(x, t = 0) (déplacement du milieu de propagation à la position x et au temps t = 0):

$$y\,(x,\, t = 0) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \qquad (6)$$

Cette fonction donne une forme qui se répète de façon identique à chaque longueur d'onde (c'est ce que nous voulons!), le déplacement étant le même aux positions x = 0, x = λ , x = 2λ et ainsi de suite. En effet, entre x = 0 et x = λ, le sinus effectue un cycle complet. Ainsi, la phase $2\pi x/\lambda$ est égale à 2π lorsque x = λ.

Comment peut-on exprimer mathématiquement le déplacement de cette onde ?
Soit (x,y), les coordonnées d'un point P de notre **référentiel fixe R**, par exemple une crête alors que (x',y') sont les coordonnées du même point dans un **référentiel R'** lié à l'onde qui se déplace à une vitesse v. On suppose que les origines coïncident à t = 0.
Après un temps t, chaque partie de l'onde (en fait, toute la forme de l'onde) aura



parcouru une distance vt vers la droite (x positif) dans le référentiel fixe, de même que la crête de l'onde.
Les coordonnées dans les 2 référentiels sont liées par la transformation de Galilée :

$$x' = x - vt \qquad (7)$$
$$y' = y$$

D'autre part, dans le **référentiel R'**, la forme de l'onde est donnée par :

$$y\,(x', t = 0) = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x'$$

et par (7), nous obtenons :

$$y\,(x,t) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right) \qquad \text{ONDE PROGRESSIVE (8)}$$

Remarquons qu'un point donné de l'onde, par exemple sa crête, correspond à une valeur fixe de x' et par conséquent :

x' = x-vt = constante

La quantité x-vt est appelée **phase** de la fonction d'onde. En la dérivant par rapport au temps et en notant que v est constante, on trouve : dx/dt = v = vitesse de propagation de l'onde. Cette vitesse ne doit pas être confondue avec la vitesse d'une particule du milieu, soit $\frac{\partial y}{\partial t}$ (on utilise ici la dérivée partielle $\frac{\partial}{\partial t}$ car y(x,t) est une fonction de 2 variables). Cette onde progressive peut également s'énoncer sous la forme suivante :

$$y(x,t) = A \sin\left(kx - \omega t\right) \quad \text{ONDE PROGRESSIVE (9)}$$

où *k = nombre d'onde [rad/m] =* $\frac{2\pi}{\lambda}$

ω = pulsation = $\frac{2\pi}{T}$

v = vitesse de phase = $\frac{\omega}{k} = \lambda \cdot \nu$

Exemple :
Les fréquences audibles vont de 20 Hz à 20 kHz. Pour un son se propageant à la vitesse de 342 m/s, les longueurs d'onde correspondantes vont de 17,1 m à 17,1 mm.

Une onde rétrograde se présentera sous la forme :

$$y(x,t) = A \sin\left(kx + \omega t\right) \quad (10)$$

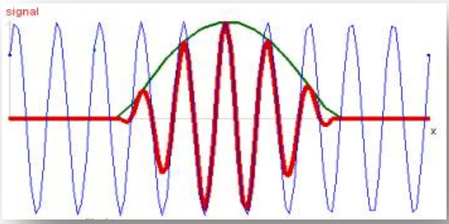
Exemple :
Une onde sinusoïdale progressive est décrite par l'équation :

y(x,t) = 0,3 sin(0,698x + 3,49 t)

On désire déterminer l'amplitude, la longueur d'onde, la période, le module de la vitesse et le sens de propagation de l'onde. On désire également dessiner la corde (pour 0 ≤x ≤ 20m) à t = 0 et à t = T/4.

La forme mathématique d'une perturbation non amortie est par conséquent une fonction qui s'écrit y = f(x - vt) ou y = f(x + vt) selon le sens de déplacement de l'onde.
Soulignons le fait que la fréquence d'une onde est déterminée par la source, alors que la vitesse de l'onde est déterminée par les propriétés du milieu.
Cette vitesse dite de phase n'est cependant pas forcément la vitesse que l'on observe lorsqu'on analyse un mouvement ondulatoire. Si l'on a une onde continue (équivalent à un train d'onde de longueur infinie), l'onde peut avoir une longueur d'onde et une fréquence uniques. Mais une onde de cette nature n'est pas capable de transmettre un signal, car un signal implique quelque chose qui commence à une certain instant et qui se termine à un instant ultérieur : un pulse.

Ce dernier n'est pas sinusoïdal puisque son amplitude n'est pas constante. Nous devons alors faire ce que l'on appelle une analyse de Fourier de l'onde. Si nous la faisons, nous découvrons qu'elle contient plusieurs fréquences. Evidemment, si la vitesse de propagation est indépendante de la fréquence (c'est-à-dire s'il n'y a pas de dispersion) alors toutes les composantes de Fourier de l'onde se déplacent à la même vitesse de phase et il est exact de dire que la vitesse du pulse est la même que la vitesse de phase. Au contraire, dans un milieu dispersif, chaque composante de Fourier a sa propre vitesse de propagation. On définit une autre vitesse représentant la vitesse du pulse, appelée *vitesse de groupe v_g*, définie par $v_g = \frac{dw}{dk}$.



1.6 Equation d'onde

Plusieurs types d'ondes vérifient une équation générale importante qui est l'équivalent de la seconde loi de Newton sur le mouvement des particules.

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \qquad \text{(D'Alembert)} \qquad (11)$$

où

y(x,t) = *déplacement de l'onde à la pos. x et au temps t*

v = *vitesse de propagation (célérité) de l'onde*

$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$ = *dérivée seconde partielle du déplacement par rapport au temps*

$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$ = *dérivée seconde partielle du déplacement par rapport à la position*

Développement : (ondes sur une corde tendue)

L'étude d'un phénomène ondulatoire se réalise généralement en 3 temps.
1.- D'abord, on établit, à partir de principes de base de la physique (les lois de Newton en mécanique, les lois de Maxwell en électromagnétisme), une équation aux dérivées partielles régissant le phénomène qu'on appelle l'équation d'onde.
2.- Ensuite, on résout cette équation pour en trouver la solution, c'est-à-dire l'expression mathématique de l'onde elle-même, la fonction d'onde.
3.- Finalement, on étudie les caractéristiques de l'onde obtenue, qui peut être stationnaire ou progressive.

1.7 Principe de superposition

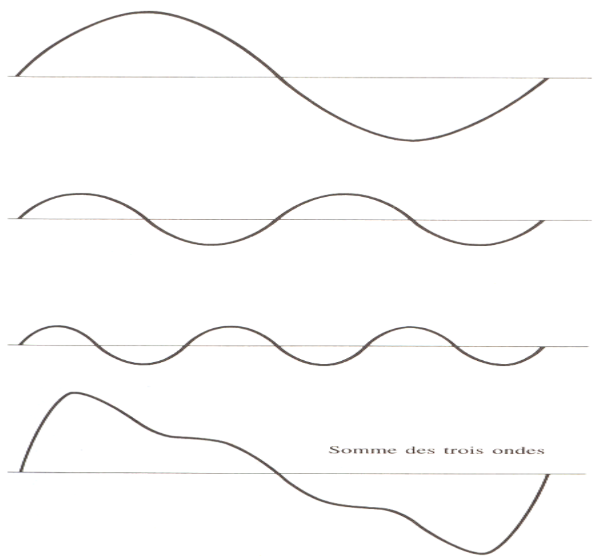
Définition :
Quand 2 ondes ou plus passent en même temps par une même région de l'espace, on observe que le déplacement réel est la somme des déplacements individuels. (Bernouilli 1748)

Ce résultat important découle d'une propriété d'algèbre linéaire :
Si $y_1(x,t)$ et $y_2(x,t)$ sont 2 solutions de l'équation d'onde du § précédent, alors $y(x,t) = a\, y_1(x,t) + b\, y_2(x,t)$ est également solution où a et b sont des constantes.
Le principe s'applique également pour les ondes électromagnétiques.

Restriction :
Ce principe est valide pour les ondes mécaniques :
- dont les déplacements ne sont pas trop grands et
- pour lesquelles il existe une relation linéaire entre le déplacement y(x,t) et la force de rappel du milieu élastique.

Conséquence
Si 2 ondes traversent une même région de l'espace, elles continuent à se déplacer indépendamment l'une de l'autre.
Prenons l'exemple de 2 cailloux lancés dans un étang : les ondes se traversent mutuellement.

Exemple : 3 ondes sur une corde tendue (onde composite)
En tout temps, l'amplitude en un point P est la somme algébrique des amplitudes des ondes en ce point.



Ce principe nous amène tout naturellement au théorème fondamental suivant appelé théorème de Fourrier.

Théorème de Fourier

Toute onde composite peut être considérée comme composée de plusieurs ondes sinusoïdales simples de différentes amplitudes, longueurs d'onde et fréquences. On peut représenter une onde composite de période T par une somme de termes sinusoïdaux purs dont les fréquences sont des multiples entiers de $\upsilon = 1/T$:

ONDE QUELCONQUE = ∑ (ondes sinusoïdales pures)

Pour les ondes non périodiques, la somme devient une intégrale.

2. INTERFERENCES D'ONDES, DIFFRACTION ET OPTIQUE ONDULATOIRE

2 ondes progressives identiques (même amplitude et même fréquence) mais déphasées voyageant dans la même direction se superposent et interfèrent. Déterminons l'interférence entre 2 ondes déphasées données par :

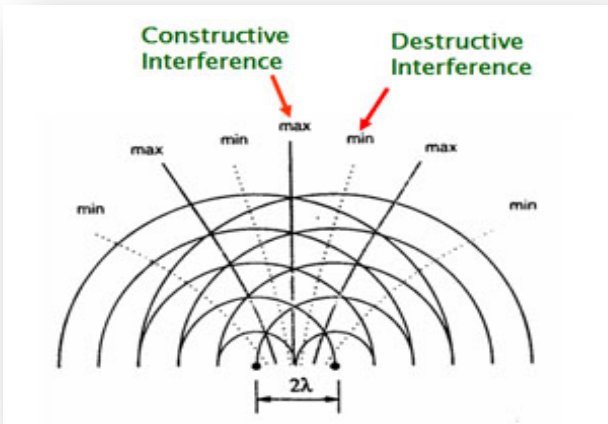
$$y_1(x,t) = A \sin\left(kx - \omega t + \phi_1\right)$$
$$y_2(x,t) = A \sin\left(kx - \omega t + \phi_2\right)$$

Développement :

2.1 Réflexion et Réfraction

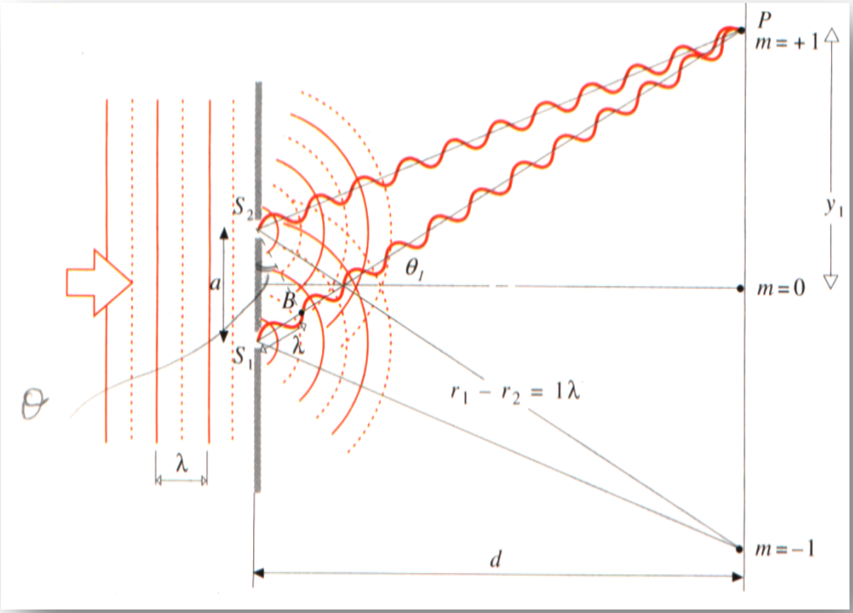
Pour qu'une onde soit réfléchie par un obstacle et ne le contourne pas (absence de diffraction), il faut que sa longueur d'onde soit plus petite que les dimensions de l'obstacle. Les longueurs d'onde pour le domaine audible vont de 11 m pour les sons graves à 0,1 m pour les sons aigus : les obstacles dont la dimension est inférieure à 10 cm ne réfléchissent donc pas de telles ondes sonores. Les chauves-souris semblent avoir compris ce phénomène en émettant des ultrasons. Ce sont également des ultrasons qui sont utilisés en médecine pour l'investigation des organes internes : en passant d'un milieu à un autre dans lesquels les vitesses de propagation diffèrent, les ultrasons sont partiellement réfléchis, l'intensité réfléchie étant fonction de la matière rencontrée. En enregistrant les coordonnées spatiales où les réflexions ont lieu ainsi que l'intensité de ces dernières, on peut reconstruire géométriquement la forme des organes internes.

2.2 Interférences constructives et destructives



Soit 2 sources qui émettent des ondes en phase, ce qui signifie qu'elles émettent des fronts d'onde de manière synchronisée : les 2 sources émettent des crêtes et des creux en même temps. Les différents cercles représentent des crêtes.
Aux endroits où se superposent 2 crêtes (en noir sur le schéma), les 2 ondes se renforcent : il y a interférence constructive.
Nous pouvons visualiser les lignes des nœuds (interférences destructives – min).

2.3 Expérience de Young

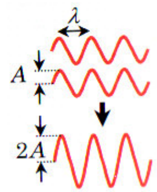


La première expérience de l'histoire, expliquée par la théorie ondulatoire de la lumière, fut réalisée par le scientifique anglais Young en 1801.

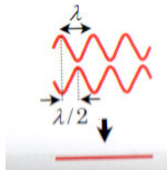
Actuellement, cette expérience se réalise avec un laser. La lumière émise par un laser est monochromatique : elle ne contient qu'une seule longueur d'onde. Comme la position des franges d'interférence sur l'écran dépend de la longueur d'onde de la lumière, la figure d'interférence produite par de la lumière monochromatique est plus nette. Un autre avantage du laser vient du fait qu'il émet de la lumière possédant une bonne *cohérence* : l'ensemble de la lumière du faisceau est en phase ce qui n'est pas le cas de la lumière émise par une ampoule ordinaire.

Dans cette expérience la lumière issue de la source traverse deux petites fentes. Dans la zone où les faisceaux s'entrecoupent, on observe des franges d'interférences.

Le résultat des interférences dépend de la différence de chemin optique Δ ($=S_1B$ sur le schéma) entre les deux ondes et de la longueur d'onde.



Si la différence de chemin optique est égale à un nombre entier *m* de longueur d'onde $\Delta = m\lambda$, nous observons des interférences constructives visualisées par des franges brillantes. De même on observe des interférences destructives, visualisées par des franges sombres, si la différence de chemin optique est égale à un demi-nombre entier de longueurs d'ondes $\Delta = (2m+1)\,\lambda/2$.



Le triangle $S_1B\,S_2$ peut être considéré comme rectangle lorsque la distance d (fentes – écran) est bien plus importante que la distance a entre les 2 fentes. Dans ce cas, S_2P // S_1P en bonne approximation.
En considérant le triangle rectangle $S_1B\,S_2$, nous pouvons écrire:

$$a \sin\theta = \lambda \qquad (1)$$

La largeur des franges sur l'écran y_1 (distance entre les franges brillantes) dépend de la longueur d'onde λ et de l'angle θ entre les rayons interférents dans le triangle rectangle BOP où O est le centre de l'écran.

$$\tan\theta = y_1 / d \cong \sin\theta \qquad (2) \qquad \text{(approximation des petits angles)}$$

Nous en déduisons par (1) + (2):

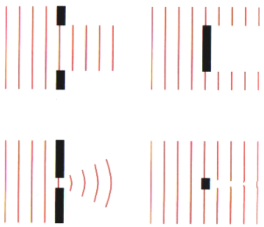
$$y_1 = \lambda\, d / a$$

En mesurant y_1, d et a, Young détermina pour la première fois les longueurs d'onde de lumière de différentes couleurs et prouva de ce fait la nature ondulatoire de la lumière.

L'intensité de la lumière dans l'expérience de Young

Développement :

2.4 Diffraction par une fente



La ***diffraction*** est l'étalement d'une onde qui se produit lorsque cette dernière passe par une ouverture ou rencontre un obstacle. Il s'agit d'un phénomène qui s'observe assez facilement pour les ondes sonores et les vagues.

Lorsque la taille de l'ouverture ou de l'obstacle est beaucoup plus grande que la longueur d'onde, la diffraction est négligeable : Les ondes qui traversent l'ouverture ou qui passent de chaque côté de l'obstacle continuent tout droit.
En revanche, lorsque la taille de l'ouverture ou de l'obstacle est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde, on ne peut plus supposer que les ondes ne font que continuer tout droit.

Illustrons le phénomène dans une situation quotidienne :

- si vous êtes cachés derrière un mur, vous ne pouvez pas être frappé par une balle lancée à partir de l'autre côté du mur, par contre, vous pouvez entendre un cri ou un son venant de cette direction. (diffraction d'onde sonore sur le bord du mur). Mie, Rayleigh, PSI(neutrons)
- Optique (réseau, CD-rom, conv. analog-dig, bis, DVD, spectromètre, cristallographie, …)

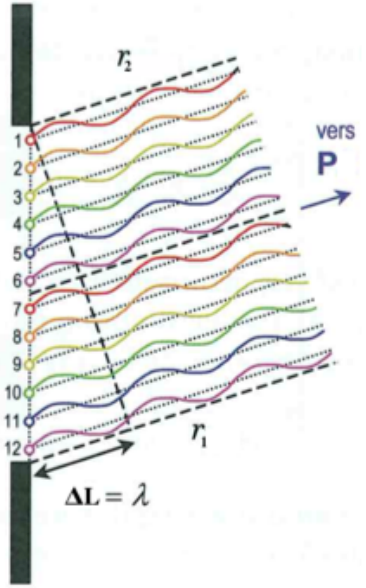
En fait, la lumière au-delà de l'ouverture, c'est-à-dire la lumière diffractée, résulte de l'émission d'un nombre énorme de sources ponctuelles uniformément réparties sur toute l'ouverture, qui émettent toutes des ondelettes secondaires sphériques : c'est le principe de Huygens.

En plaçant un écran pour recueillir la lumière, on obtient une figure de diffraction qui possède un maximum central brillant et quelques maximums secondaires beaucoup moins intenses de chaque côté. Le maximum central est 2 fois plus large que les maximums secondaires.

Lorsqu'on diminue la largeur de la fente qui produit le cône, on observe que la figure de diffraction s'élargit.
Le paramètre a qui désignait la distance entre les 2 fentes dans l'expérience de Young désigne à présent la largeur de la fente unique.

La différence de marche de la lumière qui provient du bas de la fente par rapport à celle qui provient du haut de la fente est $\delta = a \sin\theta$.
Afin d'analyser la distribution de la lumière dans la figure de diffraction, nous allons imaginer que la fente est constituée d'un grand nombre de sources en phase. Pour faire un traitement exact de la diffraction, il faudrait considérer un nombre infini de sources infinitésimales. Toutefois, nous allons nous limiter à 12 sources (divisible par 2, 3et 4).

Dans l'expérience de Young, le premier maximum se produit lorsque $\delta = \lambda$. Or, $\delta = \lambda$ ne correspond pas à un maximum pour la diffraction. En effet, la différence de marche pour n'importe quelle paire de sources séparées par la moitié de la largeur de fente (1 et 7, 2 et 8, 3 et 9, …) est égale à $\lambda/2$, ce qui cause de l'interférence destructive.



Comme chaque source interfère de manière destructive avec une autre source, l'intensité lumineuse en ce point sur l'écran est nulle. La condition $\delta = \lambda$ correspond donc au premier minimum de la figure de diffraction.
En résumé :

- Pour un angle $\theta = 0°$, on aura un maximum à la fois en interférence et en diffraction.

- Le premier minimum de diffraction se produit pour

  $\sin\theta_1 = \pm \dfrac{\lambda}{a}$ dans le cas d'une fente

  L'angle θ_1 donne l'extension de la tache lumineuse qui apparaît sur l'écran d'observation. Lorsque $\lambda << a$ (ce qui est souvent le cas pour la lumière), l'extension du premier maximum et faible et nous voyons sur l'écran une image correspondant à la figure géométrique de l'ouverture.
  Dans le cas où la longueur d'onde est comparable à la dimension de l'ouverture, le premier minimum apparaît pour un angle proche de 90°. Cela signifie alors que l'onde a complètement contourné l'ouverture.
  Lorsque δ est égal à un nombre entier de longueurs d'onde, on a donc un maximum en interférence, mais un minimum en diffraction.

- Lorsque la lumière traverse une fente, l'intensité de la figure de diffraction est donnée par (démonstration avec vecteurs de Fresnel) :

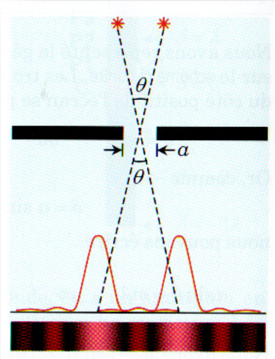
$$I = I_0 \frac{\sin^2(\Delta\phi/2)}{(\Delta\phi/2)^2}$$

où

I_o = intensité du maximum central
$\Delta\phi$ = différence de phase (en radians) causée par la différence de marche entre la lumière qui provient d'un côté de la fente et celle qui provient de l'autre côté = $(\Delta/\lambda) \cdot 2\pi$

Exemple :
On utilise un laser qui émet de la lumière à 500 nm pour éclairer une fente de 1 mm de largeur. On observe la figure de diffraction sur un écran situé à 3 m de distance. On désire déterminer la position y sur l'écran des 3 premiers minimums.

2.5 Limite de résolution et critère de Rayleigh



Le pouvoir de résolution d'un système optique quelconque, c'est-à-dire sa capacité à produire des images nettes, est limité par la diffraction. Comme on peut le voir sur la figure ci-contre, chaque source produit sa propre figure de diffraction.

Sur la figure, θ est plus grand que la largeur angulaire du maximum central de diffraction. Par conséquent, la figure combinée des 2 sources possède deux maximums principaux bien distincts, ce qui permet de distinguer clairement les 2 sources.

Exemple :
Lorsqu'on observe au télescope 2 étoiles rapprochées, la lumière qui pénètre dans l'ouverture du télescope est diffractée. Si la séparation angulaire α entre les 2 étoiles est plus petite que la limite de résolution du télescope, l'image de 2 étoiles correspond à une seule tache floue (c.f figure).

Pour une ouverture circulaire telle qu'on les trouve dans les télescopes, on peut montrer que la position du premier minimum de chaque figure de diffraction est donnée par :

$$\sin\theta_1 = \pm 1{,}22\,\frac{\lambda}{a}$$

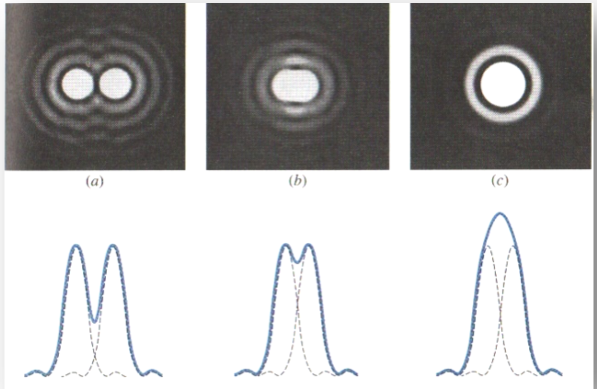
Selon le ***critère de Rayleigh***, 2 images sont tout juste séparées lorsque le maxima central d'une figure coïncide avec le premier minimum de l'autre.

Pour des petits angles, le sinus de l'angle est approximativement égal à l'angle exprimé en radian, de sorte que la séparation angulaire critique entre les sources, correspondant au critère de Rayleigh, s'écrit (l'angle θ_c s'exprime en radian):

$$\theta_c = 1{,}22\,\frac{\lambda}{a}$$

où a est le diamètre de l'ouverture circulaire. Si l'on diminue encore la séparation angulaire, il n'est plus possible de distinguer les 2 sources.

Exemple n°1 :
La pupille de l'œil a un diamètre de 5 mm. On désire déterminer la limite de



résolution de l'œil pour une longueur d'onde située au milieu du spectre visible (λ = 550 nm, ce qui correspond à une teinte de vert). A combien de minutes d'arc cet angle correspond-il ?

……………………………………………………………………………………………

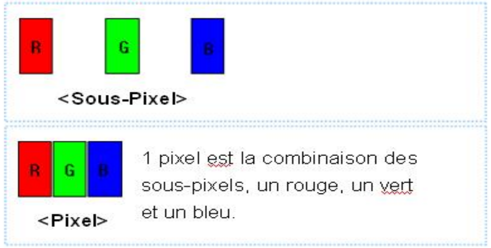
Exemple n°2 :
Une source lumineuse jaune (λ=580 nm) éclairant un trou de diamètre 0,1 mm produit une tache d'extension θ_1 égal à :

……………………………………………………………………………………………

Exemple n°3 :
Une source d'ultrasons de fréquence 40 KHz se propageant dans l'air à 20°C et arrivant sur un trou de diamètre 2 cm, produit une image d'extension angulaire θ_1 égal à :

……………………………………………………………………………………………

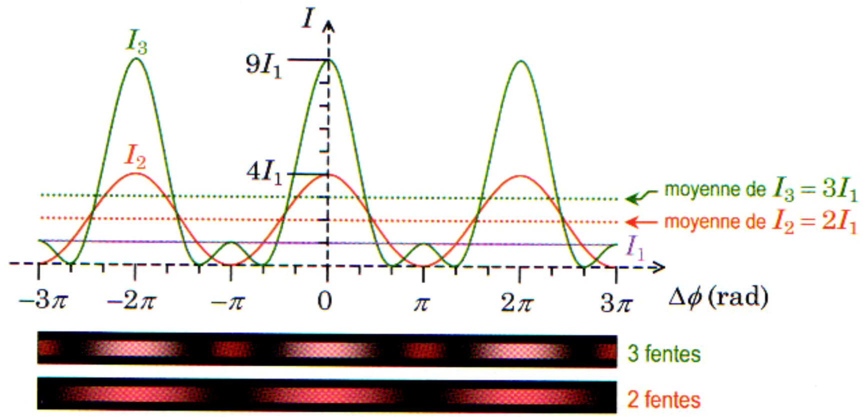
Exemple n°4 :
La largeur d'une image DVD-vidéo correspond à 940 pixels. On la projette sur un écran de 106 cm de diagonale avec une largeur de 93 cm. On désire déterminer à quelle distance de l'écran on doit se placer pour être tout juste incapable de distinguer les pixels. On suppose que l'œil a une limite de résolution de 1' (1 minute d'arc).



2.6 Diffraction par un réseau

Un phénomène intéressant apparaît dès que le nombre de fentes parallèles distantes entre elles d'une longueur a (pas du réseau) est supérieur à 2. On a toujours des diffractions par chaque fente, et dans la région commune aux pics centraux de toutes ces fentes, on trouve des maximaux aux mêmes positions que dans l'expérience de Young :

$$a \sin\theta_1 = \lambda$$



Cela provient du fait que s'il y a une différence de marche $\delta = d\sin\theta$ entre les rayons issus de 2 fentes adjacentes quelconques, il y a la même différence de marche pour n'importe quelle paire de rayons issus de fentes adjacentes. Supposons que la différence de marche corresponde à un nombre entier de longueurs d'onde λ de la lumière qui éclaire le réseau : $\delta = m\lambda$. Dans ce cas, il y a interférence constructive entre n'importe quelle paire de rayons issus de fentes adjacentes : l'ensemble des rayons interfère de manière constructive, ce qui produit un maximum sur l'écran.

Par contre, il y a bien des minimums, mais ils ne produisent pas aux mêmes endroits que pour l'expérience de Young.
Par exemple, on peut montrer que l'intensité est nulle pour une différence de marche $\delta = \lambda/3$ et $\delta = 2\lambda/3$, ce qui correspond à un déphasage $\Delta\phi = 2\pi/3$ et à $\Delta\phi = 4\pi/3$. Sur le schéma ci-dessus, les graphiques de l'intensité I en fonction de la différence de phase $\Delta\phi$ pour l'expérience de Young (I_2) et pour le système à 3 fentes (I_3) sont superposés.
Les intensités sont exprimées en fonction de I_1, l'intensité qui serait générée par une fente seule.
La figure d'interférence du système à 3 fentes est caractérisée par une alternance de maximums principaux d'intensité $9I_1$ et de maximums secondaires d'intensité I_1.
Pour les maximas principaux, les 3 fentes interfèrent de manière constructive : l'amplitude du champ électrique résultant est de $3E_1$, mais comme l'intensité de la lumière est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique, cela donne une intensité de $9I_1$. Comme l'énergie est conservée, l'intensité lumineuse moyenne de la figure d'interférence du système à 3 fentes et de $3I_1$.

Nous pouvons établir la relation suivante concernant l'intensité des maximums principaux :

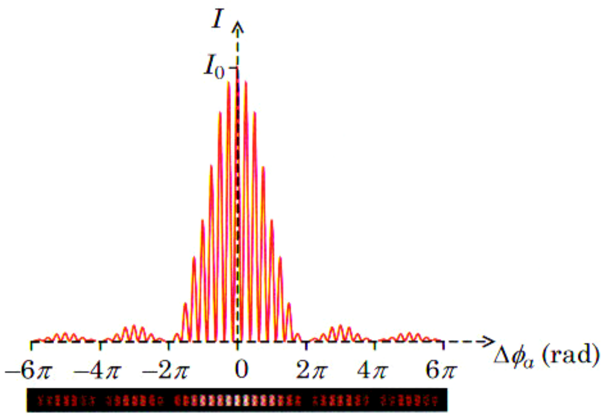
$$I_N\,(\max) = N^2\, I \quad \text{avec} \quad \bar{I}_N = NI_1$$

Si l'intensité des maximums principaux augmente comme N^2, comment se fait-il que l'intensité moyenne de la figure d'interférence augmente seulement comme N ? Tout simplement parce que les pics des maximums principaux sont de plus en plus étroits au fur et à mesure que N augmente.
Quand il y a des milliers de fentes, les maximaux principaux sont pratiquement bien séparés par des zones noires où aucune lumière n'arrive : la figure observée sur l'écran s'appelle le spectre (décomposition spectrale de la lumière incidente passant à travers le réseau).
Les réseaux jouent un rôle extrêmement important dans l'analyse de la lumière émise par les atomes et les molécules. Contrairement au spectre continu d'un corps chaud, comme un filament chauffé ou le Soleil, la lumière émise par un gaz de faible densité traversé par une décharge électrique est composée d'une série de longueurs d'onde discrètes. En traversant un réseau, ces longueurs d'onde forment un spectre de raies. Un réseau agit un peu comme un prisme, mais son pouvoir de résolution est bien meilleur. En revanche, l'intensité d'une couleur donnée est bien plus faible qu'avec un prisme parce que chaque longueur d'onde est étalée sur un grand nombre d'ordres. L'utilisation d'un réseau permet de déterminer les longueurs d'onde de la lumière à l'origine du spectre.

Exemple :
La raie jaune du mercure à 577 nm éclaire un réseau comprenant 570 traits/mm.
Quel est l'angle sous lequel on observe le premier maxima ?

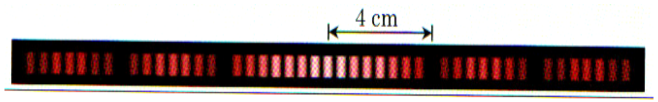
………………………………………………………………………………………

2.7 L'interférence et la diffraction combinées



L'intensité de la figure d'interférence varie en fonction de la figure de diffraction associée à la diffraction de la lumière à travers chacune des fentes.
La figure générée par l'expérience de Young possède des maximums également espacés causés par l'interférence entre les 2 fentes, mais dont l'intensité est *modulée* par la diffraction qui se produit lorsque la lumière traverse chacune des fentes.

Exemple n°4 :
Dans une expérience de Young avec de la lumière rouge (λ = 633 nm), l'écran est situé à 2 m des fentes. En partant du maximum central, on observe des maximums également espacés, mais dont l'intensité diminue graduellement :
à 4 cm du maximum central, à l'endroit où devrait être situé le huitième maximum (sans compter le maximum central), on observe une zone complètement sombre. On désire déterminer la distance d entre les fentes (mesurée d'un centre à l'autre) ainsi que la largeur a de chacune des fentes.

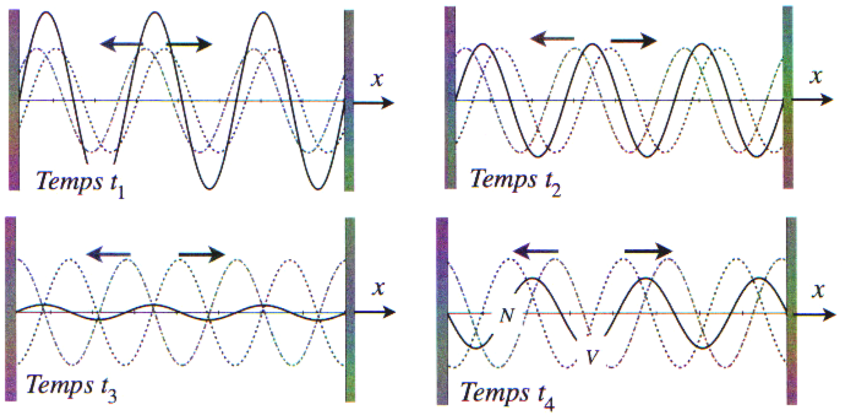


Pour obtenir l'équation qui décrit le graphique de l'intensité de la lumière en fonction de la différence de phase, nous pouvons partir de l'équation qui décrit la figure d'interférence de l'expérience de Young.
Nous obtenons :

$$I_2 = I_0 \frac{\sin^2(\Delta\phi_a/2)}{(\Delta\phi_a/2)^2}\cos^2(\frac{\Delta\phi}{2})$$

Développement :

3. ONDES STATIONNAIRES ET RESONANCE



Ondes se propageant en sens inverse, représentées en différents instants

Pinçons une corde de guitare. Il s'en suit une génération d'ondes d'une grande variété de fréquence. L'analyse de Fourier nous apprend que l'impulsion de forme triangulaire peut s'exprimer par :

$$y(x,t) = \sum_i A_i \sin\left(k_i x - \omega_i t + \phi_i\right)$$

Observation

- Propagation de 2 ondes dans les 2 directions jusqu'aux 2 extrémités
- Réflexion aux extrémités
- Interférence des 2 ondes réfléchies se propageant en sens contraire : les ondes correspondant aux fréquences naturelles (de résonance) persistent (onde stationnaire).
- Les extrémités représentent les nœuds (amplitude nulle). D'autres nœuds peuvent se produire.

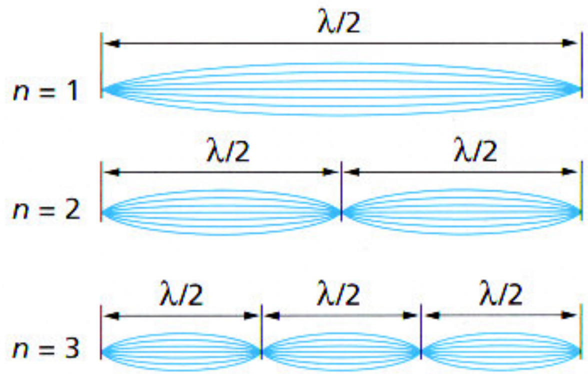
Détermination des fréquences de résonances

Les conditions à satisfaire pour former des ondes stationnaires s'appellent les **conditions aux limites**.

Les ondes stationnaires résonantes sont celles qui satisfont les conditions aux limites.

En général, dans un système donné, seules des ondes stationnaires qui possèdent certaines longueurs d'onde bien précises peuvent exister : c'est ce qui explique le fonctionnement de la plupart des instruments de musique. Dans le cas des instruments à vent (flûte, clarinette, trombone), des ondes sonores stationnaires se forment dans un tube d'air à l'intérieur de l'instrument. Dans le cas des instruments à cordes (piano, violon, guitare), des ondes stationnaires se forment sur les cordes et transmettent leur vibration à l'instrument puis à l'air autour de l'instrument, ce qui génère le son.

Dans le cas d'une corde tenue aux 2 extrémités (par exemple une corde de guitare), les conditions aux limites imposent que la perturbation soit nulle là où la corde est fixée. La longueur totale de la corde correspond donc à un nombre entier de demi-longueur d'onde.



La fréquence la plus basse, appelée fréquence fondamentale, correspond à un ventre.

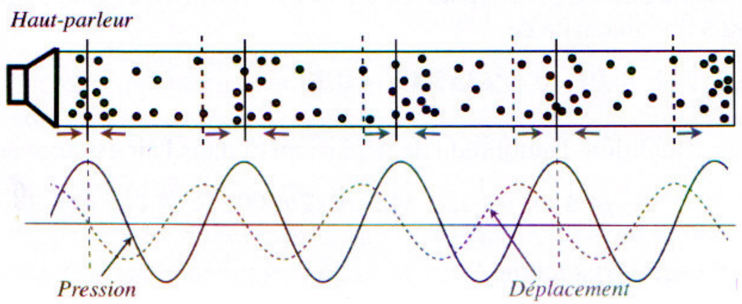
Dans ce cas, $L = \dfrac{\lambda}{2}$

Lorsqu'on pince une corde de guitare, que l'on frotte une corde de violon ou que l'on frappe une corde piano, la note que l'on entend correspond habituellement à la fréquence fondamentale de la corde (premier mode de résonance). Toutefois, contrairement au cas où la corde est excitée par un oscillateur (situation dans laquelle le temps de l'aller-retour de l'onde sur la corde correspond au temps mis par l'oscillateur pour créer une oscillation) , plusieurs modes de résonance peuvent être présents en même temps : la majorité de l'énergie se trouve dans le premier mode, mais une partie est distribuée dans les modes supérieurs. Cela se traduit par un son plus riche que s'il n'y avait que la fréquence fondamentale présente.

En musique, la fréquence d'un son qui est égale à un nombre N entier de fois une fréquence de référence est qualifiée de « Nème harmonique » de cette fréquence. On peut obtenir différentes combinaisons d'harmoniques en excitant une corde donnée de différentes manières. En général, lorsqu'on excite une corde guitare, elle vibre selon une superposition de plusieurs modes. Lorsqu'on pose le doigt au centre d'une corde de guitare déjà en train de vibrer, on empêche la vibration dans tous les modes impairs (1,3,5…), car ces derniers possèdent un ventre au centre : par conséquent, seuls les harmoniques pairs de la fréquence fondamentale demeurent.

Développement :

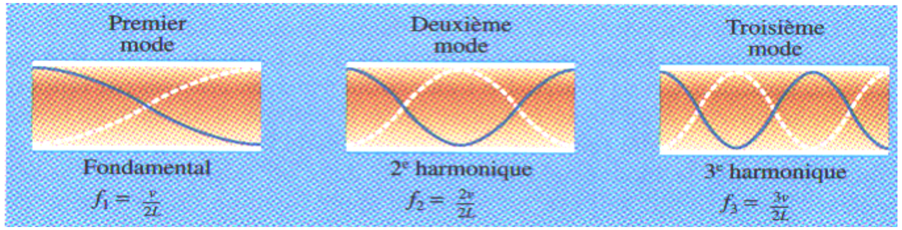
Le son est une onde longitudinale ; ainsi, pour une onde stationnaire dans un tuyau horizontal fermé, les molécules oscillent horizontalement. Les molécules qui se trouvent contre les extrémités fermées du tuyau ne peuvent osciller : ainsi, les extrémités fermées correspondent à des nœuds de déplacement (et à des ventres de pression).
Nous obtenons les mêmes modes de résonance que pour une corde fixée à ses deux extrémités.



Pour les tuyaux ouverts-ouverts (2 extrémités ouvertes), l'onde sonore est réfléchie aux 2 extrémités ouvertes. Ainsi, les 2 extrémités correspondent à 2 ventres d'oscillation.

les fréquences de résonance sont mentionnées ci-dessous :

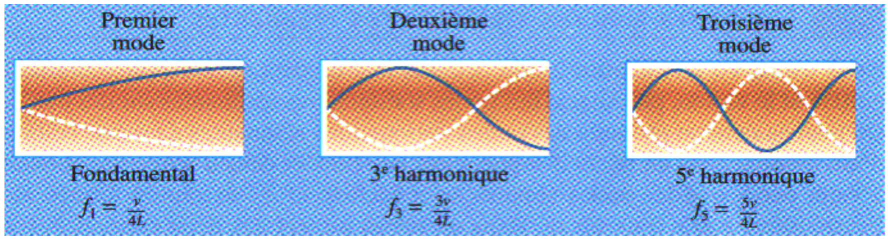
$$f_n = \frac{nv}{2L} \qquad n = 1,2,3,...$$



Exemple :
Une flûte est un exemple d'instrument à vent constitué d'un tuyau ouvert-ouvert : les modes de résonance sont caractérisés par des ventres aux 2 extrémités. Par rapport aux modes d'un tuyau fermé-fermé, tous les nœuds sont remplacés par des ventres et vice versa. De ce fait, les longueurs d'onde et les fréquences des modes d'un tuyau ouvert-ouvert de longueur L sont les mêmes que celles d'un tuyau fermé-fermé de même longueur.

Pour les tuyaux fermés-ouverts (1 extrémité fermée et 1 extrémité ouverte), les fréquences de résonance sont mentionnées ci-dessous :

$$f_n = \frac{nv}{4L} \qquad n = 1,3,5,...$$



Exemple n°1 :
On désire déterminer la longueur d'un tuyau fermé-ouvert (tuyau d'orgue - bourdon) dont la fréquence fondamentale est celle de la note *la* à 440 Hz (La vitesse du son vaut 340 m/s).

………………………………………………………………………………………

Exemple n°2 :
Considérez les modes de résonance d'un tuyau de 30 cm de longueur. Déterminez la longueur d'onde fondamentale et la longueur d'onde du troisième mode de résonance pour un tuyau :

a) fermé-fermé ………………………………..

b) fermé-ouvert ……………………………….

c) ouvert-ouvert ………………………………

Exemple n°3 :
Le 4ème mode de résonance d'un tuyau ouvert-fermé possède une fréquence de 2093 Hz (note *do* de la septième octave du piano). Quelle est la longueur du tuyau ?

………………………………………………………………………………………

L'onde stationnaire obtenue en superposant 2 ondes données par :

$$y_1(x,t) = A \sin\left(kx - \omega t + \phi_1\right)$$
$$y_2(x,t) = A \sin\left(kx + \omega t + \phi_2\right)$$

vaut :

$$y(x,t) = 2A\cos(\omega t + \frac{\Delta\phi}{2})\sin(kx + \bar{\phi})$$

où

$\Delta\phi$ = *différence de phase en radians*

$\bar{\phi}$ = *moyenne des constantes de phase*

<u>*Développement*</u> :

<u>*Remarques :*</u>
1.- une onde stationnaire semble immobile (≠ onde progressive). Le profil de l'onde reste immobile. Chaque partie de l'onde stationnaire agit comme un oscillateur harmonique.

$$y(x,t) = 2A\cos(\omega t + \frac{\Delta\phi}{2})\sin(kx + \bar{\phi}) = y_{ventre}(t)\ \sin(kx + \bar{\phi})$$

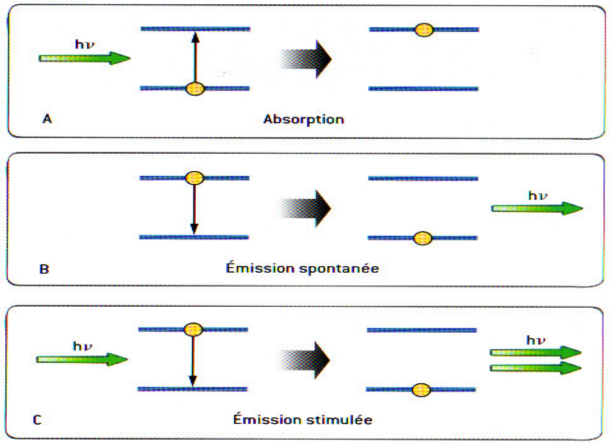
où

$y_{ventre}(t)$ = déplacement au centre d'un ventre [m]

2.- L'argument du sinus $(kx + \bar{\phi})$ dépend pas du temps. Il décrit un sinus immobile, c'est-à-dire qui ne se déplace ni dans le sens positif de l'axe x ni dans le sens négatif. Aucune énergie ne passe par les nœuds. L'énergie demeure « stationnaire » dans la corde et n'est pas transmise le long de celle-ci.

3.- Nous pouvons considérer le terme $2A\cos(\omega t + \frac{\Delta\phi}{2})$ comme étant l'amplitude de ce sinus. Cette amplitude oscille entre +2A et – 2A.

4.- Un exemple d'utilisation d'ondes stationnaires dans le cas optique est le laser : la lumière est réfléchie entre 2 miroirs parallèles dont la distance est ajustée dans l'appareil lui-même de manière à produire une onde lumineuse stationnaire entre les miroirs.



Exemple :
Considérons l'onde stationnaire issue de la superposition des ondes :

$y_1 = 0{,}4 \sin(2x-\omega t)$ et $y_2 = 0{,}4 \sin(2x+\omega t)$

On désire déterminer la fréquence d'oscillation de l'onde stationnaire, la distance entre 2 nœuds consécutifs, et l'amplitude d'oscillation d'une particule située sur un ventre.

Exemples :
1.- instruments à cordes
2.- instruments à vent
3.- instruments de percussion
4.- pierre, morceaux de bois (la fréquence naturelle dépend des dimensions de l'objet. Plus la taille est petite, plus la fréquence fondamentale sera haute).
5.- Les cordes vocales
6.- Les figures de Chladni
7.- Ondes stationnaires longitudinales
8.- Ondes stationnaires transverses
9.- Tube de Kundt

4. L'ACOUSTIQUE

L'expérience montre tout d'abord clairement que le son ne peut se propager sans milieu matériel. Le son n'existe pas dans le vide.
Notons que les ondes sonores peuvent se propager dans un liquide ou également dans un solide.

4.1 La vitesse du son

La vitesse du son dépend du milieu dans lequel il se propage. Dans l'air, à 0°C et à 1 atm, le son voyage à la vitesse de 331,3 m/s. Comme nous l'avons vu, la vitesse dépend du module d'élasticité longitudinal E pour les solides (ou du module de compressibilité volumique κ pour les fluides) et de la masse volumique du milieu matériel :

$$v = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} = 20\sqrt{T}$$

En acoustique musicale, une variation de 5°C entraîne une variation de fréquence d'environ 5 Hz de la fréquence de référence du diapason (445 Hz au lieu de 440 Hz). Dans un orchestre, entre le début du spectacle et la fin, la température de la salle peut varier, et à l'entracte, il faut réaccorder les instruments.
Notons que dans l'eau la vitesse du son est de 1470 m/s à 15°. Nous éprouvons d'ailleurs de la difficulté à localiser la source sonore sous l'eau. Contrairement à ce qui se passe pour la lumière se propageant dans un milieu transparent, la vitesse du son dans l'air est *indépendante* de la fréquence de l'onde : le son n'est pas dispersé et se propage donc sans se déformer. On peut considérer les ondes longitudinales générées par un son du point de vue des variations de pression plutôt que du déplacement. On les appelle d'ailleurs souvent des ondes de pression. L'augmentation de pression résulte de la compression de l'air par une membrane vibrante (haut-parleur par exemple), puis la diminution de pression correspond à une raréfaction de l'air en un point donné. Une membrane verticale ayant des petites oscillations harmoniques simples produit des ondes progressives sinusoïdales. Les zones de compression et de raréfaction sont verticales ; le déplacement des molécules est alors horizontal. L'onde sonore est une onde longitudinale car une propagation horizontale correspond à un déplacement horizontal des molécules. Les ondes sonores peuvent être décrites à l'aide du déplacement longitudinal des molécules par rapport à leur position d'équilibre.

L'équation d'onde (vue précédemment) est à l'origine de l'onde de déplacement y(x,t) des molécules donnée par :

$$y(x,t) = A \sin\left(kx - \omega t + \phi\right)$$

La variation de la pression (onde de pression) dans une onde longitudinale progressive est donnée par :

$$P(x,t) = -\kappa \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \qquad \text{et } v = \text{vitesse du son} = v = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$$

<u>*Développement :*</u>

Nous obtenons donc :

$$P(x,t) = -\kappa\, k\, A \cos\left(kx - \omega t + \phi\right)$$

Par comparaison avec une onde progressive du type :

$$P(x,t) = p_o \sin\left(kx - \omega t + \phi_p\right)$$

nous pouvons dire que :
1.- l'amplitude de pression vaut :

$$p_o = \kappa\, k\, A$$

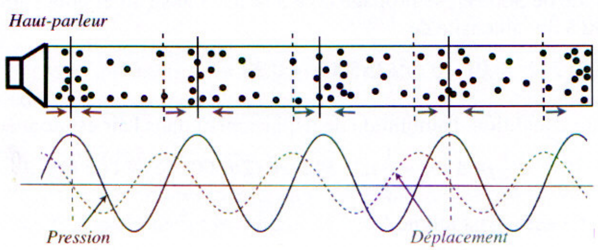
or

$$v = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} \text{ et } v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\nu}{k}$$

donc

$$p_o = \rho\, v^2\, k\, A = 2\pi\rho\nu A\upsilon$$

2.- $\phi_p = \phi + 3\pi/2$: La pression est déphasée de 90° par rapport à l'onde de déplacement. On notera qu'aux endroits où la pression est maximale, le déplacement des molécules est nul et vice-versa.

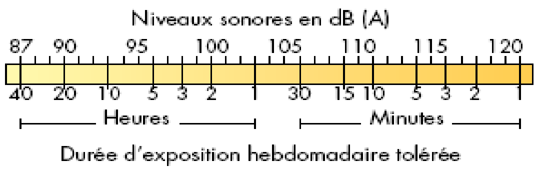


Exemple :
Une onde de 440 Hz se propageant à 342 m/s dans l'air et dont l'amplitude est de 0,01 mm (onde produite par la vibration de la membrane d'un haut-parleur) donne lieu à des maxima de pression (amplitude) de :

$$p_o = 2\pi\rho\nu A\upsilon = 2\pi \cdot 1{,}29 \cdot 342 \cdot 0{,}01 \cdot 10^{-3} \,.\, 440 = 12 \text{ [Pa]}$$

A comparer à la pression atmosphérique qui est de 101'325 [Pa].

4.2 L'intensité du son



Mise en danger de l'ouïe lors de l'écoute de musique.

Comme nous l'avons vu précédemment, l'intensité du son, mesure directe du volume sonore, est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde.
Etant donné que l'oreille perçoit des ondes d'intensité sonore moyenne comprises entre $1 \cdot 10^{-12}$ W/m^2 (seuil d'audibilité) et 1W/m^2 (seuil de douleur), il a été nécessaire d'employer une échelle de mesure logarithmique afin de réduire l'étendue des mesures d'intensité sonore perceptibles (12 ordres de grandeur).
Le niveau acoustique est défini par β :

$$\beta = 10 \log I/I_o$$

où
- β = *niveau acoustique en décibels (dB)*
- I = *Intensité sonore moyenne (W/m^2)*
- I_o = *Intensité sonore moyenne au seuil de perception ($1 \cdot 10^{-12}$ W/m^2)*

Exemple n°1 :
Intérieur d'automobile à 100 km/h : l'intensité est de $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ [W/m^2]
Dans ce cas, le niveau acoustique β est de :

…………………………………………………………………………………………

Exemple n°2 :
Le seuil de sensation douloureuse pour une oreille humaine correspond à 1 W/m^2.
A quelle distance minimale doit-on être situé d'un haut-parleur isotrope qui émet une puissance sonore de 200 W pour éviter d'avoir mal aux oreilles ?

…………………………………………………………………………………………

Exemple n°3 :
A quelle distance d'une source isotrope qui émet une puissance sonore de 2 W cesse-t-elle d'être audible ? (On considère une situation idéalisée où il n'y a aucune absorption du son dans l'environnement).

…………………………………………………………………………………………

Exemple n°4 :
D'autre part, si l'audiologiste diagnostique une perte d'audition de 30 dB, cela signifie que le son le plus faible que peut entendre le patient correspond à……………………… fois l'intensité du seuil d'audibilité pour une oreille normale.

Exemple n°5 :
2 haut-parleurs génèrent chacun, à l'endroit où se trouve l'auditeur, un son de 40 dB. On désire déterminer le nombre de décibels entendus par l'auditeur

…………………………………………………………………………………

Développement :

4.3 Les sources du son : les colonnes d'air en vibration et les cordes

Un son musical est habituellement créé par un instrument à cordes, par un instrument à vent ou par la voix. On pince, frotte ou frappe une corde ou on excite la colonne d'air délimitée par un tube.
La fréquence de résonance la plus basse, ou fréquence fondamentale, sert d'ordinaire à déterminer la hauteur du son.
Prenons l'exemple d'une guitare. Quand on pose un doigt sur la corde d'une guitare, on diminue la longueur d'onde réelle de la corde ; on élève ainsi la hauteur du son puisque la longueur d'onde de la fréquence fondamentale devient plus petite. Les cordes d'une guitare sont toutes de même longueur. Leurs sons sont de différentes hauteurs parce qu'elles ont chacune une masse linéique, μ, différente de même que la tension ce qui influe sur la vitesse. Plus la corde est lourde, plus la vitesse diminue et plus la fréquence diminue pour une même longueur d'onde.

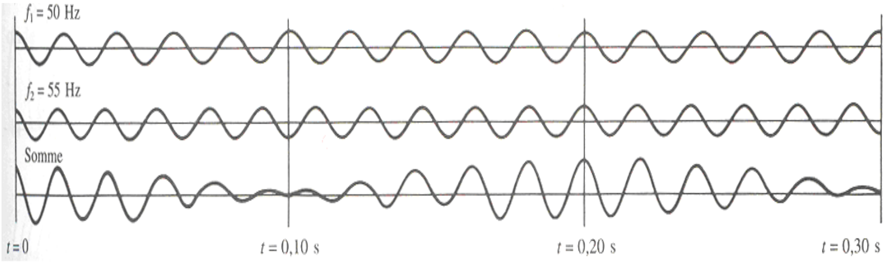
Concernant le piano ou la harpe, leurs cordes sont chacune d'une longueur différente. Celles des notes basses sont non seulement plus longues mais aussi plus lourdes.
La puissance sonore des instruments à cordes ne serait pas très grande si les compressions et les expansions d'air de l'onde sonore n'étaient produites que par les cordes vibrantes, car celles-ci ne sont pas assez grosses pour remuer beaucoup d'air. Les instruments à corde sont donc munis d'une sorte d'amplificateur mécanique, appelé caisse de résonance, qui amplifie le son en mettant une plus grande surface en contact avec l'air. Ceci est réalisé en couplant les cordes à une table d'harmonie par l'intermédiaire d'un chevalet : la vibration sonore est alors transmise à la table et rayonnée par l'ensemble de celle-ci par exemple pour un violon ou une guitare. Les fréquences propres de la table d'harmonie jouent bien sûr un rôle important pour la qualité du son puisqu'elles filtrent les fréquences produites par la corde, en renforçant certaines et en atténuant d'autres. Concernant les instruments à vent, on utilise des tuyaux ouverts ou fermés. Pour jouer une note sur une flûte, comme sur beaucoup d'autres instruments, on ouvre des trous le long du tube, ce qui a pour effet de diminuer la longueur du tube. Sur une trompette, on augmente la longueur du tube en pressant des valves. Sur tous ces instruments, plus la colonne d'air vibrante est longue, plus le son est bas.

4.4 Le timbre

Quand nous entendons de la musique, nous sommes conscients de son volume, de sa hauteur et aussi d'un troisième aspect appelé « timbre ». Le timbre dépend de la présence d'harmoniques : de leur nombre et de leurs amplitudes relatives : c'est ce que nous appelons le spectre sonore.
Normalement, la fondamentale a la plus grande amplitude sonore et sa fréquence détermine la hauteur du son.

4.5 Les battements (interférence d'ondes sonores)

Le phénomène de battement est un exemple intéressant et important d'interférence. Ce phénomène se produit lorsque 2 sources sonores, par exemple 2 diapasons, sont de fréquences très proches mais non identiques. Les ondes sonores émises par les 2 sources interfèrent les unes avec les autres et le niveau sonore croît et décroît alternativement.



Considérons 2 ondes sonores $y_1(t)$ et $y_2(t)$ de même amplitude mais de fréquences légèrement différentes soit 55 Hz et 50 Hz respectivement. Examinons les ondes en 1 point de l'espace équidistant des sources. Dans le schéma ci-dessus, la 3ème onde représente la superposition des 2 ondes. A t = 0 s, les 2 ondes apparaissent en phase et interfèrent constructivement. Comme les 2 ondes vibrent à des taux différents, elles sont complètement déphasées et interfèrent destructivement à t = 0,1s. A t = 0,2 s, elles sont de nouveau en phase et leur amplitude est à nouveau maximale. Nous percevons ces hausses et ces baisses d'intensité régulières de 0,2 s. Autrement dit, la fréquence de battement est de 5 Hz.

Le battement est donné par l'expression suivante :

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = 2A\cos(\pi\Delta\nu t)\sin(2\pi\bar{\nu}t)$$

où

$\Delta\nu$ = différence de fréquence en Hertz
$\bar{\nu}$ = fréquence moyenne en Hertz

La superposition des 2 ondes produit une onde qui vibre à la fréquence moyenne des 2 ondes. L'amplitude de cette vibration (amplitude de modulation) est donnée par $y_{mod}(t)$ et varie dans le temps, avec une fréquence de battement qui est la différence de fréquence entre les 2 ondes :

$$y_{mod}(t) = 2A\cos(\pi\Delta\nu t)$$

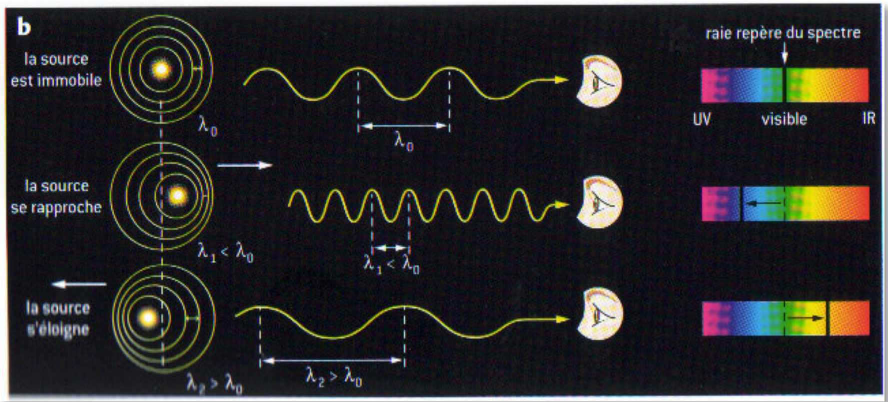
Ce battement est perceptible si la fréquence de battement est inférieure à 20 Hz.

Développement :

4.6 L'effet Doppler

Un son peut être perçu à une autre fréquence que celle émise si l'observateur ou la source sonore est en mouvement. En outre, l'effet Doppler est un phénomène facilement perceptible dans la vie de tous les jours : le son d'une sirène de police est plus aiguë lorsqu'elle s'approche et plus grave lorsqu'elle s'éloigne. Le changement de fréquence du son est plus important si la vitesse de déplacement de la sirène est grande. C'est cet effet qui permet aux policiers de débusquer les chauffards dépassant les limitations de vitesse et à Edwin Hubble de découvrir que les galaxies lointaines s'éloignent de nous.

4.6.1 Effet Doppler pour une source en mouvement et un observateur immobile



Notons tout d'abord que la vitesse des fronts d'onde par rapport à l'air n'est pas influencée par la vitesse de la source (émetteur). En effet, une fois que l'onde a quitté l'émetteur, l'onde se déplace à la vitesse déterminée par les propriétés du milieu de propagation.
Lorsque l'émetteur est en mouvement, il se déplace d'une certaine distance entre l'émission de 2 fronts d'onde : ainsi, ces derniers sont plus rapprochés dans la région située devant l'émetteur et plus éloignés dans la région située derrière.
Pour une source en mouvement et un observateur immobile, la fréquence du son perçue par l'observateur est :

$$\nu' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{1}{1 \mp \frac{v_S}{v}}\right)\frac{v}{\lambda} = \left(\frac{1}{1 \mp \frac{v_S}{v}}\right)\nu$$

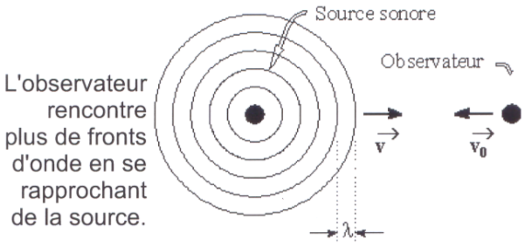
où

ν = fréquence émise par la source [Hertz]
ν' = fréquence du son perçue par l'observateur [Hertz]
v = vitesse du son [m/s]
v_S = vitesse de la source (vers l'observateur) [m/s]
+ : éloignement relatif
- : rapprochement relatif

Développement :

Exemple :
Un haut-parleur émet une onde sonore dont la fréquence est de 850 Hz. Il se déplace à 255 m/s vers la gauche. Albert est immobile, à gauche du haut-parleur. Béatrice, également immobile, est située à droite du haut-parleur. Pour chaque observateur, on désire déterminer la longueur d'onde de l'onde sonore à l'endroit où il se trouve ainsi que la fréquence qu'il entend.

4.6.2 Effet Doppler pour une source immobile et un observateur en mouvement



Pour un observateur en mouvement et une source sonore immobile, la fréquence du son perçue par l'observateur est :

$$\nu' = \frac{v+v_0}{\lambda} = \left(1 \pm \frac{v_0}{v}\right)\frac{v}{\lambda} = \left(1 \pm \frac{v_0}{v}\right)\nu$$

où

- ν = *fréquence émise par la source [Hertz]*
- ν' = *fréquence du son perçue par l'observateur [Hertz]*
- v = *vitesse du son [m/s]*
- v_0 = *vitesse de l'observateur (vers la source) [m/s]*
- *+ : rapprochement relatif*
- *- : éloignement relatif*

<u>*Développement*</u> :

<u>*Exemple :*</u>
Un haut-parleur immobile, dont la fréquence est de 850 Hz, émet une onde sonore. Albert s'approche de l'émetteur à 255 m/s, tandis que Béatrice s'en éloigne à 255 m/s. Pour chaque observateur, on désire déterminer la longueur d'onde des ondes sonores à l'endroit où il se trouve ainsi que la fréquence qu'il entend.

4.6.3 Effet Doppler pour une source et un observateur en mouvement

Pour une source en mouvement et un observateur immobile, la fréquence du son perçue par l'observateur est :

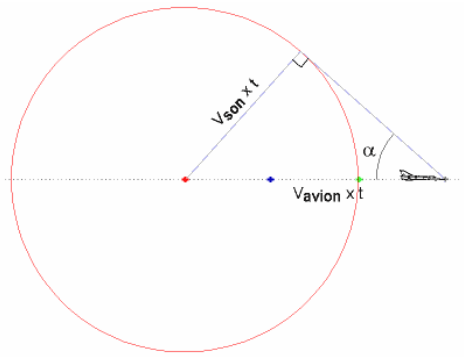
$$\nu' = \left(\frac{1 \pm \frac{v_0}{v}}{1 \mp \frac{v_s}{v}}\right)\nu = \left(\frac{v \pm v_0}{v \mp v_s}\right)\nu$$

où

- ν = *fréquence émise par la source [Hertz]*
- ν' = *fréquence du son perçue par l'observateur [Hertz]*
- v_0 = *vitesse de l'observateur (vers la source) [m/s]*
- v = *vitesse du son [m/s]*
- v_s = *vitesse de la source (vers l'observateur) [m/s]*
- *signe du haut : rapprochement relatif*
- *signe du bas : éloignement relatif*

Exemple n°1 :
Un malfaiteur roulant à 126 km/h dans une voiture volée est poursuivi par un policier roulant à 180 km/h ; la sirène de la voiture de police émet un son de 1000 Hz. On désire déterminer la fréquence entendue par le malfaiteur.

Exemple n°2 :
Un après-midi de pluie, Albert roule en motocyclette à 90 km/h sur l'autoroute. Il se fait doubler par un camion qui roule à 144 km/h. Exaspéré par la manœuvre, il klaxonne : le klaxon émet une onde sonore à 756 Hz qui rebondit sur l'arrière du camion et revient vers lui. On désire déterminer la fréquence de l'écho qu'il entend.



4.7 Le mouvement supersonique

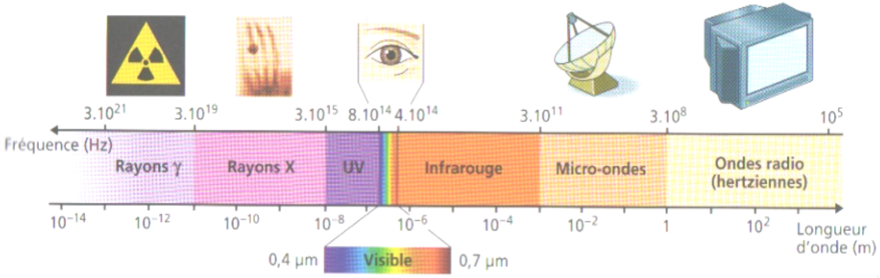
Comment expliquer un tel nuage ?

………………………………………………………………………………………….
Lorsque l'émetteur se déplace à la vitesse du son, les fronts d'onde qu'il émet s'accumulent les uns sur les autres à l'endroit même où il se trouve. Un avion ne doit jamais voyager exactement à la vitesse du son pendant plus de quelques instants, car, s'il le fait, l'énergie sonore qu'il émet s'accumule à l'endroit où il se trouve, ce qui peut causer des dommages importants.

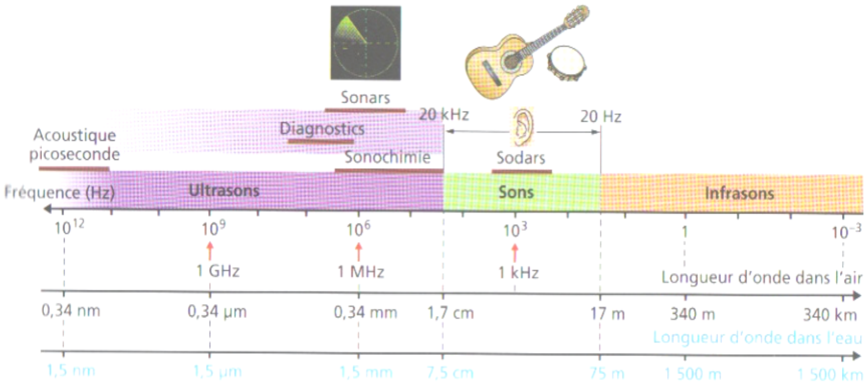
<u>*Développement*</u> :

Lorsqu'un avion supersonique passe au-dessus de nous, on n'entend rien avant que l'avion ne soit déjà passé. Sur la surface du cône émis par l'avion, l'énergie sonore est très concentrée, formant une onde de choc. On entend un son soudain et intense : le bang supersonique lorsque le cône nous rejoint.

5. ONDES ELECTROMAGNETIQUES



2 Fréquences des ondes électromagnétiques et longueurs d'onde dans le vide et dans l'air.



3 Fréquences des ondes acoustiques et longueurs d'onde dans l'air et dans l'eau.

A l'époque de Young, le seul type de lumière connu était la lumière visible. Aujourd'hui, nous savons qu'il en existe d'autres types : certains d'entre eux ont une longueur d'onde plus petite que la lumière visible, tandis que d'autres ont une longueur d'onde plus grande.
Le terme ***spectre*** est utilisé pour désigner la distribution de la lumière en fonction de la fréquence (ou de la longueur d'onde). Le spectre visible n'est qu'une petite partie du spectre électromagnétique qui regroupe tous les types de lumière.
Dans le schéma, nous pouvons observer que le spectre électromagnétique est divisé en 7 régions.
L'énergie de la lumière est proportionnelle à sa fréquence. Les ondes lumineuses les moins énergétiques sont les ondes radio ou hertziennes découvertes par Hertz en 1887(ce ne sont pas des ondes sonores !) : leur fréquence est de l'ordre du mégahertz et leur longueur d'onde est de l'ordre du mètre. Comme n'importe quel type de lumière, une onde radio se propage dans le vide (ou dans l'air) à c = 300'000 km/s.

Quel est le point commun entre un piano et un four à micro-ondes ?

La longueur d'onde des micro-ondes (des ondes électromagnétiques, comme la lumière) émises dans le four est la même que celle du son résultant de la touche fa_7 du piano. Certes, le son du fa_7 a une fréquence de 2794 Hz, alors que les micro-ondes d'un four ont une fréquence de 2,45 GHz. Mais comme la célérité du son dans l'air est de 343 m/s, et celles des ondes EM de 300'000 km/s, les 2 rayonnements ont la même longueur d'onde : 12,2 cm. Dans un four à micro-ondes, le champ électrique oscillant exerce une force sur les distributions de charges des molécules, obligeant ces dernières à effectuer elles aussi un mouvement oscillatoire. L'énergie cinétique ainsi communiquée aux molécules est finalement dissipée sous forme de chaleur dans la matière. Il se trouve que la fréquence de résonance des molécules d'eau est égale à 2,45 GHz. C'est ainsi que l'on arrive à chauffer sélectivement de l'eau. Comme la plupart des aliments contiennent de l'eau, les fours à micro-ondes sont des appareils idéaux pour chauffer ou cuire de la nourriture.
Les ondes EM et sonores sont caractérisées, comme toutes les ondes, par leur fréquence, leur longueur d'onde, leur célérité, et leur amplitude.
Dans le vide, la vitesse de la lumière est de 299'792 km/s. Dans un milieu dense comme le diamant, elle est réduite à 124'000 km/s. Il est d'ailleurs possible de ralentir la lumière de façon bien plus considérable dans des conditions extrêmes… et même de marcher plus vite qu'elle ! Le record établi en 2000 en témoigne : 1,5 km/h (0,42 m/s) dans des groupes d'atomes refroidis à une température inférieure au millionième de degré au-dessus du zéro absolu (-273,15°C = 0 K).

Dans l'air, les longueurs d'onde de la lumière perceptible par notre œil s'étendent de 0,4 à 0,7 µm, ce qui correspond à des couleurs allant du violet au rouge. Les fréquences correspondantes vont de $8 \cdot 10^{14}$ à $4 \cdot 10^{14}$ Hz.

Aux longueurs d'onde supérieures à 0,7µm, on trouve les rayons infrarouges (fréquences de l'ordre du térahertz et inférieures à 430 THz). Nous sommes incapables de voir la lumière infrarouge, mais nous pouvons quand même détecter sa présence lorsqu'elle est absorbée par notre peau. C'est pour cela qu'on associe l'infrarouge à la chaleur.

Aux longueurs d'onde un peu plus courtes que 0,4 µm, il s'agit des rayons ultraviolets.

Aux longueurs d'onde encore plus courtes, ce sont les rayons X découverts par Röntgen en 1895 et dont la nature ondulatoire sera définitivement confirmée en 1912. Nous pouvons les produire en bombardant une cible avec des électrons accélérés soumis à une grande tension électrique.

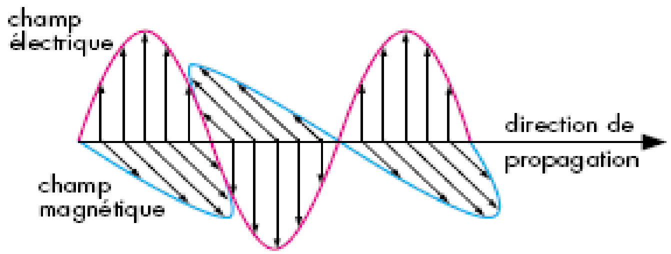
Enfin, nous trouvons le rayonnement γ généré par la désintégration radioactive de certains éléments et par certains processus astrophysiques intenses (supernova, disque en rotation autour de trous noirs, etc…). Ce rayonnement fut découvert par Becquerel en 1896.

Exemple :
Dans le vide, la lumière rouge émise par un laser hélium-néon a une longueur d'onde de 632,8 nm. On désire déterminer sa fréquence.

………………………………………………………………………………………

Remarque importante :
Les fréquences indiquées dans le schéma ci-dessus sont indépendantes du milieu de propagation de la lumière ($E = h\nu$ avec E = constante car le photon se propage dans le milieu sans perdre d'énergie)
Les longueurs d'onde indiquées correspondent aux valeurs dans le vide.
Comme la vitesse de la lumière dépend du milieu de propagation, la longueur d'onde de la lumière λ d'une fréquence donnée ν dépend du milieu de propagation ($v = \lambda . \nu$)

Mais au fait, qu'est-ce que la lumière ?
Diverses réponses ont été apportées à travers les siècles. Newton (1643-1727) défendait la théorie corpusculaire alors que Young (1773-1829) prouvait son caractère ondulatoire (c.f expérience « fentes de Young »). Einstein, quant à lui, insistait sur la dualité onde-corpuscule de la lumière, explication reprise par Bohr dans son principe de complémentarité en mécanique quantique et par De Broglie pour expliquer le caractère ondulatoire des particules.
De façon synthétique, la théorie corpusculaire explique de manière convaincante notamment la propagation rectiligne de la lumière (ombres) et l'effet photoélectrique découvert en 1905 par Einstein (la lumière est constituée de particules appelés photons).
La théorie ondulatoire permet d'expliquer des phénomènes tels que l'interférence et la diffraction observée dans l'expérience des « fentes de Young » de même que l'irisation des bulles de savon ou des taches d'huile sur l'asphalte. A la fin du XIXème siècle, selon les équations de Maxwell (1831-1879), la lumière était une onde électromagnétique transversale se déplaçant dans le vide à la vitesse de c = 299'792 km/s, cette valeur étant déterminée par les constantes électrique ε_o et magnétique μ_o ($c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$).



Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est perpendiculaire au vecteur champ magnétique $\vec{B}$. Tous les 2 oscillent au cours du temps à la fréquence ν, et leur direction de propagation $\vec{c}$ est normale au plan défini par $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Par exemple, sous une ligne à haute tension de 400'000 V règne un champ électrique E oscillant de 5000 V/m. Un portable ne doit pas dépasser une amplitude de 40 V/m.
Pour terminer, parlons un peu **d'astronomie**…
La notion de couleur d'une étoile est liée à celle de température. Il est facile de montrer qu'une **étoile froide est rouge**, telle Antarès, tandis qu'une **étoile très chaude est bleuâtre**, telle Rigel.
Au début du XXème siècle, Planck et Einstein ont découvert que la lumière était constituée de photons (brique élémentaire ou quanta) d'énergie E différente selon la loi :

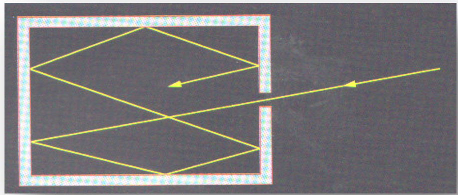
$$E = h\upsilon$$

où

h = constante de Planck = $6,62.10^{-34}$ *[J s]*
υ *= fréquence [Hertz]*

Certains sont rouges, d'autres jaunes, d'autres bleus, etc... ce qui correspond aux couleurs de l'arc-en-ciel et aux différentes fréquences. C'est ainsi que les étoiles froides émettent beaucoup plus de photons rouges voire infrarouges que de photons d'autres couleurs et que les étoiles chaudes (plus énergétiques) émettent beaucoup plus de photons bleus voire ultra-violets. Insistons sur le fait que les rayons UV portent davantage d'énergie que les rayons IR : la preuve en est que l'on attrape des coups de soleil par exposition aux UV, non aux IR même si ces derniers peuvent être intenses !

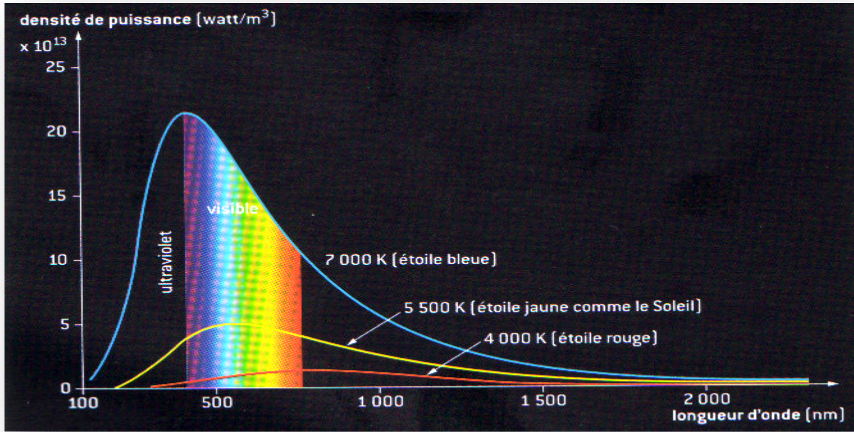
La fréquence d'une onde EM détermine l'énergie de ses photons, alors que le nombre de photons émis détermine l'intensité de l'onde.
L'intensité lumineuse de rayonnement émis I_λ (présentée en ordonnée sur le graphique en page 30) représente la quantité d'énergie lumineuse présente à chaque longueur d'onde. Cette courbe peut être calculée théoriquement selon **le modèle du corps noir**.



Théoriquement, un corps noir est un corps qui absorbe la totalité des rayonnements qu'il reçoit ; un tel corps est qualifié de noir car s'il est éclairé, il ne réfléchit aucune lumière, et apparaît donc noir (pour autant que l'on ne tienne pas compte du rayonnement qu'il émet intrinsèquement en raison de sa température). On peut réaliser un corps noir en construisant un four hermétiquement fermé, mais percé d'un petit trou ; de la lumière envoyée à travers cette petite ouverture se réfléchit un si grand nombre de fois à l'intérieur du four qu'aucun rayonnement réfléchi n'en ressort (car une partie de la lumière incidente est absorbée à chaque réflexion) : il s'agit bien d'un corps noir. D'autre part, les molécules des parois chaudes du four vibrent (sous l'effet de l'agitation thermique), et elles émettent alors une onde EM. En effet les atomes sont composés de particules électrisées. Or, comme le montrent les équations de Maxwell, tout déplacement de charge électrique provoque la création d'une onde EM. Le petit trou nous permet cette fois d'observer ce qui se passe à l'intérieur : une fraction infime de rayonnement en sort, et rend possible l'étude du rayonnement à l'intérieur de la cavité. Nous remarquons aisément que tous les corps chauffés deviennent rouge à la même température !
Toute courbe de rayonnement atteint une hauteur maximum pour une certaine longueur d'onde λ_{max} caractéristique de cette courbe, donc de la température absolue T. C'est à cette longueur d'onde qu'une étoile, par exemple, émet la plus grande énergie rayonnante (une étoile est un bon exemple de corps noir).
Wien a établi la relation suivante en 1893 :

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{constante} = 0{,}002896 \text{ [mK]}$$ *Loi de déplacement de Wien*

La longueur d'onde maximum est inversement proportionnelle à la température. Si l'on augmente la température (étoile chaude comme Rigel et Véga), le rayonnement émis se décale vers les longueurs d'onde plus courtes (bleu), c'est-à-dire les fréquences plus élevées (car la fréquence est inversement proportionnelle à la longueur d'onde).
Si une étoile devient plus chaude, son rayonnement se déplace de l'infrarouge tiède, au rouge chaud, puis au jaune (soleil), puis au bleu.
Pour exemple, le soleil est une étoile avec une température de surface de **5785 K (le centre a une température de 15 millions de degré)**. A cette température correspond le spectre présenté ci-dessous avec un maximum d'émission dans le vert-jaune.



Très énergétique (haute fréquence) *Peu énergétique (Basse fréquence)*
Courte longueur d'onde *Grande longueur d'onde*

D'autre part, la luminosité L d'une étoile mesure la puissance totale émise par l'étoile, c'est-à-dire l'énergie rayonnée par unité de temps, sommée sur toutes les directions et sur toutes les longueurs d'onde.
La loi de Stefan-Boltzmann régit *la puissance lumineuse* ou *la luminosité* d'un corps noir incandescent :

$$L = S\,\sigma\,T^4 \text{ [W]}$$ *Loi d'émission du corps noir*

où

S = l'aire de la surface lumineuse
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ $Wm^{-2}K^{-4}$ = constante de Stefan-Boltzmann
T = la température absolue à la surface du corps

En assimilant les étoiles à des corps noirs, ce qui est une très bonne approximation, on en déduit que leur luminosité L est proportionnelle à T^4 où T est la température en Kelvin de surface de l'astre et S la surface émissive ($S = 4\pi R^2$ = surface d'une sphère où R = rayon de l'étoile).

Exemple n°1 :
La température de surface du corps humain est d'environ 30°C. Si l'aire de sa surface vaut 1,7 m^2 la puissance de rayonnement émise est de

$$L = 1{,}7 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (273+30)^4 = 812 \text{ W !}$$

Le maximum d'intensité se produit pour une longueur d'onde de $\lambda_{max} = \frac{0{,}002896}{303}$ = 9,6 μ m (ce sont des IR !)

Exemple n°2 :
La luminosité du Soleil est de $L = 3{,}85 \cdot 10^{26}$ W. Sachant que le rayon du Soleil est de $6{,}95 \cdot 10^8$ m, on en déduit que sa température superficielle est donnée par la loi d'émission du corps noir :

$$L = S\,\sigma\,T^4 \qquad \Rightarrow \qquad T = 5785 \text{ K}$$

Insistons sur le fait que la puissance lumineuse L totale émise par une étoile, exprimée en W, et l'intensité lumineuse I qui nous parvient (elle dépend de la distance à laquelle se trouve l'étoile) sont reliées par la formule (déjà vue au début du chapitre) :

$$I = \frac{L}{4\pi r^2} \text{ [W/m}^2\text{]}$$

Ainsi, la mesure du spectre d'émission thermique d'une étoile située à une distance connue, permet de déduire la température superficielle de l'astre, sa luminosité et même son rayon.

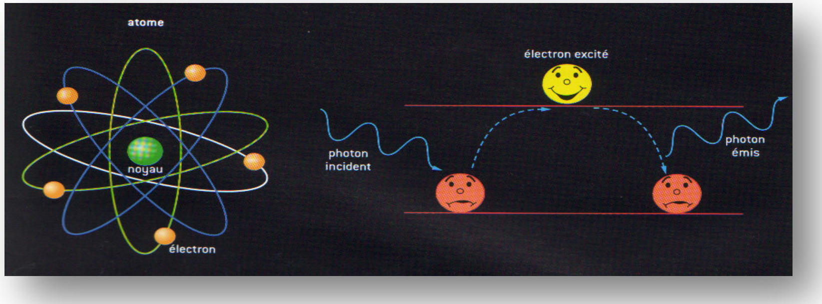
Exemple :
La luminosité totale du Soleil est de $L = 3{,}85 \cdot 10^{26}$ W. Au niveau de la Terre, qui se trouve à 150 millions de km du Soleil, l'intensité vaut

$$I = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{3{,}85 \cdot 10^{26}}{4\pi \cdot (150 \cdot 10^9)^2} \cong 1367 \text{ W/m}^2 = \text{Eclat} = \text{Loi de Lambert F\&T p.191}$$

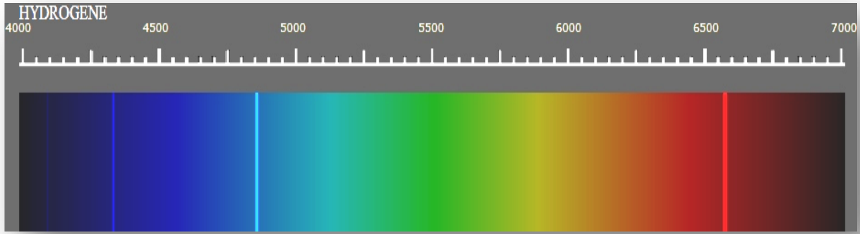
L'origine de l'énergie solaire réside dans les réactions de fusion de l'hydrogène, constituant principal du Soleil. Ces réactions se déroulent au cœur du Soleil, là où la température est suffisante pour que soient vaincues les répulsions électriques entre les noyaux des éléments légers. Toutes ces réactions aboutissent au même résultat : la transformation d'hydrogène en hélium, au rythme de 564 millions de tonnes par seconde, dont 4 millions de tonnes sont convertis en énergie. L'énergie est libérée sous forme de rayons gamma (très énergétiques = 6'000 milliards de bombes H chaque seconde) qui, après d'innombrables absorptions (de certaines longueurs d'ondes par les éléments chimiques présents dans l'atmosphère solaire) et réémissions successives, ne parviennent à s'échapper du soleil sous forme de lumière visible qu'au bout de 10 millions d'années ! A propos de l'hélium, notons encore le fait, qu'il a été découvert en 1868 par Lockyer. Cet élément chimique très répandu dans le Soleil est pourtant indétectable dans la lumière venant directement du disque solaire. Le Soleil est trop froid ! La température de 6000 °C est insuffisante pour exciter thermiquement les électrons de l'atome particulièrement stable de l'hélium. La lumière du Soleil, que nous percevons, provient des couches superficielles de l'étoile. Un photon venant des couches plus chaudes, mais plus profondes, n'a aucune chance d'arriver à la surface. Il sera absorbé bien avant. En revanche, les atomes présents dans les jets de la couronne solaire sont animés de vitesses élevées. La température est suffisante pour exciter les atomes d'hélium.

Comment peut-on identifier les éléments constituant une étoile ?

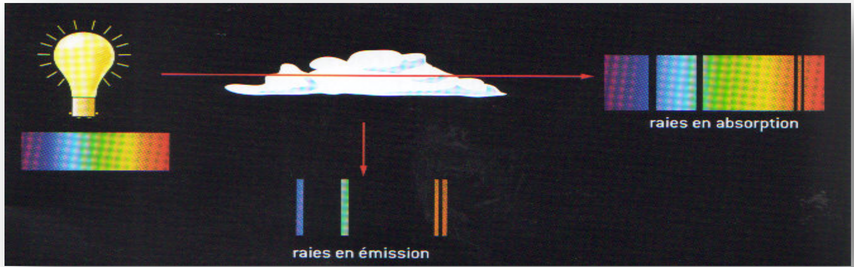
La mécanique quantique établit qu'un électron ne peut occuper, au sein d'un atome, que certaines orbites particulières comme nous le verrons (quantification



du moment cinétique L). Lorsque l'électron passe d'une orbite à une orbite inférieure, il émet un photon lumineux doté d'une fréquence correspondant à la différence d'énergie des 2 orbites.



Chaque atome produit donc un spectre de raies d'émission caractéristiques et la mesure du spectre de raies émis par un élément permet de l'identifier. Appliquée à l'observation des étoiles, cette méthode permet d'en déterminer la composition chimique. Herschel et Talbot réussissent à montrer que chaque substance chimique est caractérisée par un ensemble de raies qui lui est propre : en observant le spectre des étoiles on peut en déduire à distance leur composition. Le spectre de l'hydrogène, élément le plus abondant dans les étoiles, est reproduit ci-dessus (série de Balmer dans le visible).
Le processus inverse peut avoir lieu : un électron d'une orbite peut absorber un photon et passer à une orbite supérieure (Ex : spectre d'absorption du soleil). En fait, Kirchhoff a prouvé que les gaz émettent la même lumière que celle qu'ils sont capables d'absorber. L'expérience qui permet de l'affirmer est représentée ci-dessous.



En 1814, Fraunhofer étudie le spectre du Soleil et y découvre la présence d'environ 600 raies sombres superposées à un spectre continu. Quelques années plus tard, Bunsen élucide la nature de ces raies. Par exemple, le chlorure de sodium jeté dans une flamme la colore en jaune intense et son spectre présente 2 raies brillantes. Bunsen montre que ces raies disparaissent si la lumière de l'ensemble flamme + chlorure de sodium traverse une enceinte à parois transparentes dans laquelle de la vapeur de sodium est emprisonnée. A la sortie, le spectre présente encore 2 raies, mais sombres cette fois-ci : ce sont les raies d'absorption, qui se situent aux mêmes longueurs d'onde que les raies brillantes de la première expérience.

Série d'exercices

1.- Une onde dont la longueur d'onde est de 0,3 m, se propage sur un câble d'une longueur de 300 m et d'une masse totale de 30 kg. Si la tension dans le câble est de 400 N, quelle est la vitesse de l'onde? Quelle est la fréquence de l'onde ?

2.- Une onde transversale se déplace dans la direction des x négatifs à une vitesse de 40 cm/s. En une position x = 10 cm et à un instant t = 0,5 s, le déplacement transversal est maximal et vaut 1,5 cm. L'onde possède un profil sinusoïdal avec une longueur d'onde de 30 cm.
a) Quelle est la période ?
b) Quel est le nombre d'onde ?
c) Quelle est la pulsation ?
d) Quelle est la constante de phase ?
e) Quelle est l'expression de y (x,t) ?
f) Quel est le déplacement transversal à une position x = 15 cm à l'instant t = 0,75 s ?

3.-
a) Montrez que l'onde sinusoïdale de la fonction y (x,t) = A sin $(kx-\omega t)$ vérifie l'équation d'onde vue au cours.
b) Vérifiez que la classe générale des fonctions y(x,t) = f (x-vt) et y(x,t) = f(x+vt) sont des solutions de l'équation d'onde quand f est une fonction différentiable quelconque de x et de t.

4.- Soit 2 ondes mécaniques transversales décrites par :

$$y_1(x,t) = 4 \sin\left(0{,}2\pi x - 5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{cm}$$

$$y_2(x,t) = 4 \sin\left(0{,}2\pi x - 5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}$$

Les ondes se propagent sur la même corde. La superposition des 2 ondes engendre une onde progressive sur la corde.

a) Quelle est l'amplitude de l'onde progressive se propageant sur la corde ?
b) Quelle est la constante de phase de l'onde progressive se propageant sur la corde ?
c) Quelle est l'expression du déplacement transversal de la corde en fonction de la position et du temps ?

5.- La longueur et la masse d'une corde de piano sont respectivement de 1,1 m et de 9 g.
a) Quelle doit être la tension dans la corde si celle-ci doit vibrer à une fréquence fondamentale de 131 Hz ?
b) Quelles sont les fréquences des 4 premières harmoniques ?

6.- Une corde de guitare a une longueur de 90 cm et une masse de 3,6 g. La longueur effective de la corde d'un support à l'autre est L = 60 cm, et la tension est de 520 N. Quelles sont les fréquences correspondant à la fondamentale et aux 2 harmoniques suivantes ?

7.- 2 ondes se propageant dans des directions opposées sur une corde fixée en x=0 peuvent être représentées par les fonctions suivantes :

$y_1(x,t) = 0{,}2 \sin (2x - 4t)$
$y_2(x,t) = 0{,}2 \sin (2x + 4t)$

Elles produisent une onde stationnaire.
a.- Ecrivez l'expression de l'onde stationnaire
b.- Quelle est l'amplitude maximale en x = 0,45 m ?
c.- En quel point est fixée l'autre extrémité (x>0) ?
d.- Quelle est l'amplitude maximale et où se produit-elle ?

8.- Un bruit (très fort) produit une variation locale de pression de 28 Pa lors du passage de la perturbation sonore. A 1 atm et à 0°C, le module de compressibilité de l'air est de $1{,}41 \cdot 10^5$ N/m^2 et la masse volumique de l'air est 1,29 kg/m^3.
a) Quelle est la variation de volume d'un litre d'air subissant une variation de pression de 28 Pa ?
b) Quelle est la vitesse de propagation de l'onde ?

9.- A 1 kHz, une onde sonore de 29,2 Pa d'amplitude correspond au seuil de la douleur pour l'oreille et une onde sonore de $2{,}92 \cdot 10^{-5}$ Pa correspond au seuil de perception pour l'oreille. La vitesse du son est de 330,6 m/s et la masse volumique de l'air de 1,29 kg/m^3.
a) quelle est l'amplitude de l'onde de déplacement des molécules dans l'air au seuil de la douleur à 1 kHz ?
b) Quelle est l'amplitude de l'onde de déplacement des molécules dans l'air au seuil de perception à 1 kHz ?

10.- Le volume de l'amplificateur d'un système de son est calibré en décibels.
a) Quelle est l'intensité sonore moyenne de l'amplificateur lorsque le niveau sonore est de 50 dB ?

b) Quelle est l'intensité sonore moyenne de l'amplificateur lorsque le niveau sonore est à 100 dB ?

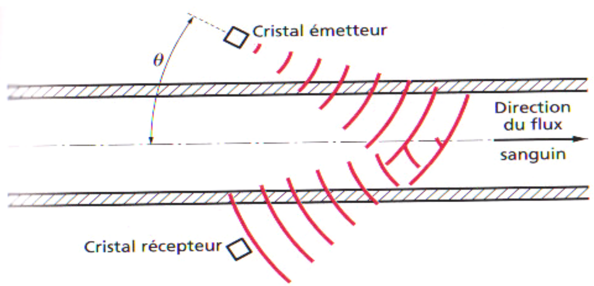
11.-
a) Calculez le déplacement maximal des molécules d'air pour un son au seuil d'audition à une fréquence de 1000 Hz.
b) Déterminer la variation de pression maximale pour une telle onde sonore.

12.- Le niveau d'intensité à 30 m d'un avion à réaction est de 140 dB. Quel est le niveau d'intensité à 300 m ?

13.- 2 ondes sonores se superposent et forment des battements. Les fréquences des ondes sonores sont de 950 Hz et 1000 Hz. L'amplitude des ondes de pression est de $1 \cdot 10^{-2}$ Pa.
a) Quelle est l'amplitude de modulation ?
b) Quelle est la fréquence des battements ?
c) Quelle fréquence est perçue par l'oreille ?

14.- 2 haut-parleurs se font face aux 2 bouts d'un long corridor. Les haut-parleurs sont reliés à la même source qui produit un ton pur de 330 Hz. Une personne marche d'un haut-parleur à l'autre à une vitesse de 1,4 m/s. Quelle fréquence de battements la personne entend-elle ?

15.- La vitesse du flot sanguin dans l'aorte est normalement d'environ 0,28 m/s. Des ondes ultrasoniques de 4,2 MHz sont dirigées le long du flot sanguin et réfléchies par les globules rouges. Quelle fréquence de battement prévoyez-vous ? Supposez que les ondes se propagent à une vitesse de 1500 m/s, proche de celle du son dans l'eau.



16.- Albert est immobile à l'arrêt de bus. Une ambulance dont la sirène émet un son de fréquence constante passe devant lui. Avant le passage de l'ambulance, il entend un son de 1000 Hz ; après le passage, il entend un son de 800 Hz. Déterminez :
a) le module de la vitesse de l'ambulance
b) la fréquence de la sirène

17.- Un satellite solaire en orbite autour de la Terre est orienté afin que ses panneaux solaires interceptent au maximum les rayons solaires : l'aire des panneaux est égale à 20 m^2. Quelle est la puissance lumineuse interceptée par les panneaux ?

Exercices supplémentaires

18.- La vitesse de propagation d'une onde sonore dans l'acier est de 5050 m/s. Quelle serait la vitesse de propagation de cette onde dans le cuivre dont la module de Young E (rigidité) est inférieure de 40% à celle de l'acier ?

19.- Le bruit du tonnerre vous parvient 5 secondes après que vous ayez été éblouis par l'éclair. A quelle distance se situe l'éclair ?

20. -Dans une expérience réalisée avec la cuve à onde, on produit une onde périodique se propageant à la surface de l'eau. La longueur d'onde mesurée est de 2,4 cm pour une fréquence de 18 Hz.
a) Quelle est la vitesse de propagation de la vague sur l'eau ?
b) Ecrire la fonction d'onde décrivant le comportement de cette onde en supposant que la perturbation est nulle au temps zéro lorsqu'on se trouve à l'origine des coordonnées (x = 0).

21.- Une onde est donnée par : $y(x,t) = 2{,}5 \sin(7x+0{,}8t)$.
a) Quelle est son amplitude ?
b) Que vaut la fréquence de l'onde et sa vitesse de propagation ?

22.- Une station radio émet des ondes à la fréquence AM 1600 kHz. La Radio Suisse Romande émet avec la fréquence FM 94,4 MHz. Calculez les longueurs d'onde correspondantes et précisez laquelle de ces stations est la plus facilement détectable si le récepteur se trouve derrière une colline.

23.- Un rayon laser rouge à 633 nm (laser He-Ne) traverse une vitre en verre. Que vaut sa longueur d'onde dans la vitre ? Quelle est sa fréquence ?

24.- L'intensité solaire recueillie sur Terre au-dessus de l'atmosphère est de 1367 W/m^2 (constante solaire). Que vaut l'intensité solaire recueillie sur Mars ? Si un panneau solaire de surface 0,5*0,5 m^2 est suffisant sur Terre pour alimenter un robot fonctionnant à l'énergie solaire, quelles devront être ses dimensions sur Mars ?

25.- 2 sources distantes de 3 cm produisent des ultrasons de fréquence 40 kHz.
a) Calculez les directions pour lesquels on a des maxima d'interférence
b) Si le détecteur d'ultrasons est placé à 1,2 m des sources, quelle est la distance entre 2 maxima successifs ?

26.- On éclaire un cache percé de 2 fentes distantes de a = 1 mm avec de la lumière rouge à 633 nm.
a) Calculer les angles pour lesquels on obtient les premiers maxima d'interférence.
b) Calculer la distance de séparation de 2 maxima successifs apparaissant sur un écran placé à 5m du cache.

27.- Un sonar détecte une épave sous-marine. Il s'écoule 1,8 s entre le moment où l'onde est émise par le sonar et le moment où elle revient après réflexion sur l'épave. A quelle distance se trouve l'épave ?

28.- A une certaine distance d'un haut-parleur vibrant à 1000 Hz, l'intensité d'une onde est de 0,06 W/m^2.
a) Que vaut cette intensité si on passe à une fréquence de 2500 Hz mais en gardant la même amplitude de déplacement ?
b) Calculez l'intensité si on réduit la fréquence à 500 Hz tout en doublant l'amplitude de déplacement.

29.- A 3 m d'une source, le niveau sonore atteint 120 dB. A quelle distance ce niveau sera-t-il de 100 dB ? De 50 dB ? De 10 dB ?

30.- Le niveau sonore produit par une foule en conversation est de 86 dB. Le niveau sonore moyen de la conversation d'une personne est d'environ 65 dB. Combien y a-t-il de personnes dans cette foule en supposant que tout le monde parle en même temps?

31.- Quelle longueur de tuyau ouvert produit, comme note fondamentale, un la à 440 Hz à 20°C ? Même question pour un tuyau fermé.

32.- Une chauve-souris vole à 6 m/s en direction d'un insecte immobile et le détecte en émettant des ultrasons de fréquence 40,2 kHz.
a) Quelle est la fréquence du signal (réfléchi par l'insecte) que la chauve-souris reçoit ?
b) Quelle est la différence de fréquence entre le signal émis et reçu ?
c) Quelle est la taille minimale de l'insecte que la chauve-souris peut percevoir ?

33.- Montrez que la vitesse v d'une voiture est donnée par $v = c \cdot \frac{|\nu'' - \nu|}{2\nu}$ où ν est la fréquence émise par le radar et ν'' la fréquence qu'il détecte après réflexion par la voiture.

34.- Le conduit externe de l'oreille est long de 2,8 cm en moyenne. Calculez les 2 premières fréquences de résonance de ce conduit.

35.- Quel est l'intervalle musical formé par les sons de fréquences 264 Hz et 396 Hz ? Même question pour les sons de fréquence 1056 Hz et 1584 Hz

36.- Une galaxie émet un onde à $6 \cdot 10^{14}$ Hz. Nous détectons cette émission à une fréquence de $5{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz. Quelle est la vitesse d'éloignement de la galaxie ?

37.- Pour mesurer la distance a entre les « sillons » d'un CD, on l'éclaire avec la lumière verte d'un laser (532 nm). A une distance de 80 cm, les ordres 0 et ± 1 sont séparés de 30 cm.
Déterminez a.

38.- Un réseau de fentes utilisé pour l'analyse de la lumière comprend 570 traits/mm.
a) Calculez l'angle pour lequel aura lieu le maximum d'intensité d'ordre 1 pour la lumière bleue (450 nm), jaune (580 nm), rouge (630 nm).
b) On place un écran à 1 m du réseau. Calculez la distance entre les différentes taches de couleur.

39.- Quel est le pouvoir de résolution du télescope Hubble dont le diamètre est de 2,4 m (considérez une lumière verte) ? Ce télescope est utilisé pour observer des détails à la surface de la Lune. Quelle est la distance minimale à laquelle peuvent se trouver 2 points de la surface lunaire pour pouvoir être distingués ? Comparez aux résultats que l'on obtient lorsqu'on regarde la Lune à l'œil nu.